

APRESENTAÇÃO

Fala, guerreiro!

É com grande alegria que disponibilizo o presente *ebook* de **equivalências lógicas** e de **álgebra de proposições** para a **banca CESPE**.

Nesse material, apresento o **resumo completo** com os **conceitos necessários e suficientes** para resolver **TODAS** as questões dessa matéria e, na sequência, temos **50 questões comentadas** da banca.



Conte comigo nessa caminhada =)

Prof. Eduardo Mocellin.

RESUMO

Equivalências lógicas

Duas proposições A e B são **equivalentes** quando todos os **valores lógicos** (V ou F) assumidos por elas **são iguais para todas as combinações de valores lógicos atribuídos às proposições simples que as compõem.**

Equivalências fundamentais

$$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$$

Contrapositiva

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

Transformação da condicional em disjunção inclusiva

$$p \vee q \equiv \sim \sim p \rightarrow q$$

Transformação da disjunção inclusiva em condicional

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

Transformação da bicondicional em condicional/conjunção

Equivalências provenientes da negação de proposições

Dupla negação da proposição simples

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

Negação da conjunção e da disjunção inclusiva (leis de De Morgan)

Para negar "e": **negar ambas** as proposições e **trocar o conectivo por "ou"**.

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

Para negar "ou": **negar ambas** as proposições e **trocar o conectivo por "e"**.

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

Negação da condicional

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

Negação da disjunção exclusiva

$$\sim(p \vee \underline{q}) \equiv p \leftrightarrow q$$

Negação da bicondicional

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \vee \underline{q}$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (\sim p) \leftrightarrow q$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow (\sim q)$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$$

Outras equivalências

Equivalência do conectivo bicondicional

$$p \leftrightarrow q \equiv (\sim p) \leftrightarrow (\sim q)$$

Negação da conjunção para a forma condicional

$$\sim(p \wedge q) \equiv p \rightarrow \sim q$$

$$\sim(p \wedge q) \equiv q \rightarrow \sim p$$

Conjunção de condicionais

Quando o **termo comum** é o **consequente**, a equivalência apresenta uma **disjunção inclusiva** no **antecedente**.

$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$$

Quanto o **termo comum** é o **antecedente**, a equivalência apresenta uma **conjunção** no **consequente**.

$$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)$$

Álgebra de proposições

Propriedade comutativa

Todos os conectivos, **exceto o condicional "se...então"**, apresentam propriedade comutativa.

$$p \wedge q \equiv q \wedge p$$

$$p \vee q \equiv q \vee p$$

$$\underline{p \vee q} \equiv \underline{q \vee p}$$

$$p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p$$

Propriedade associativa

$$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$$

$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$$

Propriedade distributiva

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

Propriedade da identidade

$$p \wedge t \equiv p$$

$$p \wedge c \equiv c$$

$$p \vee t \equiv t$$

$$p \vee c \equiv p$$

t: tautologia.

c: contradição.

Propriedade da absorção

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

$$p \wedge (p \vee q) \equiv p$$

Propriedade da idempotência

$$p \wedge p \equiv p$$

$$p \vee p \equiv p$$

QUESTÕES COMENTADAS

Questões CESPE

1 - Equivalentes fundamentais

1.(CESPE/SEFAZ AL/2020) P: "Se o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa fica prejudicado, então os servidores públicos que atuam nesse setor padecem.".

A proposição P é equivalente à proposição "Se os servidores públicos que atuam nesse setor não padecem, então o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa não fica prejudicado."

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "O trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa fica prejudicado."

p: "Os servidores públicos que atuam nesse setor padecem."

A proposição P pode ser descrita por $a \rightarrow p$:

$a \rightarrow p$: "**Se** [o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa fica prejudicado], **então** [os servidores públicos que atuam nesse setor padecem]."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e
- Negam-se ambos os termos da condicional.

Para o caso em questão, temos:

$$a \rightarrow p \equiv \sim p \rightarrow \sim a$$

A proposição equivalente pode ser escrita por:

$\sim p \rightarrow \sim a$: "**Se** [os servidores públicos que atuam nesse setor **não** padecem], **então** [o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa **não** fica prejudicado]."

Gabarito: CERTO.

2.(CESPE/TJ-SE/2014) Considerando que P seja a proposição “Se os seres humanos soubessem se comportar, haveria menos conflitos entre os povos”, julgue o item seguinte.

A proposição P é logicamente equivalente à proposição “Se houvesse menos conflitos entre os povos, os seres humanos saberiam se comportar”.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

h: "Os seres humanos sabem se comportar."

k: "Há menos conflitos entre os povos."

A proposição original pode ser descrita por uma condicional **h→k** na forma "**Se p, q**", em que se omite o "então".

h→k: "**Se** [os seres humanos soubessem se comportar], [haveria menos conflitos entre os povos]."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e
- Negam-se ambos os termos da condicional.

Para o caso em questão, temos:

$$h \rightarrow k \equiv \sim k \rightarrow \sim h$$

A proposição equivalente pode ser escrita por:

$\sim k \rightarrow \sim h$: "**Se** [não houvesse menos conflitos entre os povos], [os seres humanos não saberiam se comportar]."

Note que a questão nos trouxe o condicional **k→h**, isto é, inverteu a ordem do antecedente e do consequente sem negá-los. O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: ERRADO.

3.(CESPE/EMAP/2018) Julgue o item seguinte, relativo à lógica proposicional e de argumentação.

A proposição “Se Sônia é baixa, então Sônia pratica ginástica olímpica.” é logicamente equivalente à sentença “Se Sônia é alta, então Sônia não pratica ginástica olímpica.”

Comentários:

Considere as proposições simples:

b: "Sônia é baixa."

g: "Sônia pratica ginástica olímpica."

A proposição original pode ser descrita por **b→g**.

b→g: "**Se** [Sônia é baixa], **então** [Sônia pratica ginástica olímpica]."

Para essa questão, vamos considerar correta a negação **b** utilizando o antônimo "alta". Nesse caso, temos:

$\sim b$: "Sônia é alta."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e
- Negam-se ambos os termos da condicional.

Para o caso em questão, temos:

$$b \rightarrow g \equiv \sim g \rightarrow \sim b$$

$\sim g \rightarrow \sim b$: "**Se** [Sônia **não** pratica ginástica olímpica], **então** [Sônia é alta]."

Note que a questão nos trouxe o condicional $\sim b \rightarrow \sim g$, isto é, realizou as negações das proposições simples sem inverter a ordem do antecedente e do consequente. O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Observação: A negação utilizando antônimos não é recomendada, pois muitas vezes esse tipo de negação não abrange todas as possibilidades. No exemplo da questão, Sônia poderia ter estatura mediana e, desse modo, não seria baixa. Ocorre que o CESPE não costuma entrar nesse nível de detalhe, especialmente em questões envolvendo **equivalências lógicas** ou **lógica de argumentação**. Portanto, nesse tipo de questão, via de regra você pode negar usando antônimos, pois **a banca CESPE não costuma invalidar uma questão por causa disso**.

Gabarito: **ERRADO**.

4.(CESPE/MDIC/2014) A proposição “**Se o interessado der três passos, alugará a pouca distância uma loja por um valor baixo**” é equivalente à proposição “**Se o interessado não der três passos, não alugará a pouca distância uma loja por um valor baixo**”.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

i: "O interessado dá três passos."

a: "O interessado aluga a pouca distância uma loja por um valor baixo."

A proposição P é uma condicional da forma "**Se p, q**", em que se omite o "então". Trata-se da condicional $i \rightarrow a$:

i \rightarrow **a:** "**Se** [o interessado der três passos], [alugará a pouca distância uma loja por um valor baixo]."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e
- Negam-se ambos os termos da condicional.

Para o caso em questão, temos:

$$i \rightarrow a \equiv \sim a \rightarrow \sim i$$

A condicional equivalente pode ser escrita dessa forma:

$\sim a \rightarrow \sim i$: "**Se** [o interessado **não** alugar a pouca distância uma loja por um valor baixo], [**o interessado não deu três passos**]."

O enunciado apresentou como equivalente a proposição $\sim i \rightarrow \sim a$, ou seja, negou as parcelas da condicional sem trocar de lugar o antecedente e o consequente. O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: ERRADO

5.(CESPE/ANVISA/2016) Considerando os símbolos normalmente usados para representar os conectivos lógicos, julgue os itens seguintes, relativos à lógica proposicional e à lógica de argumentação. Nesse sentido, considere, ainda, que as proposições lógicas simples sejam representadas por letras maiúsculas.

A sentença "Alberto é advogado, pois Bruno não é arquiteto" é logicamente equivalente à sentença "Bruno é arquiteto, pois Alberto não é advogado".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "Alberto é advogado."

b: "Bruno é arquiteto."

A questão apresenta um condicional da forma "**q, pois p**", em que se **inverte o antecedente e o consequente**. A condicional original pode ser descrita por $\sim b \rightarrow a$:

$\sim b \rightarrow a$: "[Alberto é advogado], **pois** [Bruno **não** é arquiteto]."

Essa condicional $\sim b \rightarrow a$ pode ser descrita por meio do conectivo tradicional "**Se p, então q**":

$\sim b \rightarrow a$: "**Se** [Bruno **não** é arquiteto], **então** [Alberto é advogado]."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e
- Negam-se ambos os termos da condicional.

Para o caso em questão, temos:

$$\sim b \rightarrow a \equiv \sim a \rightarrow \sim(\sim b)$$

A dupla negação de **b** corresponde à proposição original. Logo, temos:

$$\sim b \rightarrow a \equiv \sim a \rightarrow b$$

A proposição equivalente pode ser escrita por:

$\sim a \rightarrow b$: "**Se** [Alberto **não** é advogado], **então** [Bruno é arquiteto]."

Podemos passar $\sim a \rightarrow b$ da forma "**Se p, então q**" para a forma "**q, pois p**":

$\sim a \rightarrow b$: "[Bruno é arquiteto], **pois** [Alberto **não** é advogado]."

Note, portanto, que a equivalência apresentada pela questão está correta.

Gabarito: CERTO.

6.(CESPE/TRT17/2013) Considerando a proposição P: "Se estiver sob pressão dos corruptores ou diante de uma oportunidade com baixo risco de ser punido, aquele funcionário público será leniente com a fraude ou dela participará", julgue o item seguinte relativo à lógica sentencial.

A proposição P é equivalente a "Se aquele funcionário público foi leniente com a fraude ou dela participou, então esteve sob pressão dos corruptores ou diante de uma oportunidade com baixo risco de ser punido".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "O funcionário público esteve sob pressão dos corruptores."

b: " O funcionário público esteve diante de uma oportunidade com baixo risco de ser punido."

c: "O funcionário público será leniente com a fraude."

d: "O funcionário público participará da fraude."

A proposição **P** original pode ser descrita por $(a \vee b) \rightarrow (c \vee d)$:

$(a \vee b) \rightarrow (c \vee d)$: "Se [(estiver sob pressão dos corruptores) ou (diante de uma oportunidade com baixo risco de ser punido)], [(aquele funcionário público será leniente com a fraude) ou (dela participará)]."

Observe que a proposição a ser avaliada pode ser descrita por $(c \vee d) \rightarrow (a \vee b)$:

$(c \vee d) \rightarrow (a \vee b)$: "Se [(aquele funcionário público foi leniente com a fraude) ou (dela participou)], então [(esteve sob pressão dos corruptores) ou (diante de uma oportunidade com baixo risco de ser punido)]."

Nota-se que a assertiva simplesmente inverteu a ordem da condicional sem negar as proposições, como deveria ser feito no caso da equivalência contrapositiva, dada por $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$.

Como a troca de posição ocorreu sem se negar as parcelas, as proposições não são equivalentes.

Gabarito: ERRADO.

7.(CESPE/CEF/2014) Considerando a proposição "Se Paulo não foi ao banco, ele está sem dinheiro", julgue o item seguinte.

A proposição em apreço equivale à proposição "Paulo foi ao banco e está sem dinheiro".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

b: "Paulo foi ao banco."

d: "Paulo está sem dinheiro."

A proposição original pode ser descrita por uma condicional $\sim b \rightarrow d$ na forma "Se p, q", em que se omite o "então".

$\sim b \rightarrow d$: "Se [Paulo não foi ao banco], [ele está sem dinheiro]"

Veja que a assertiva não apresenta uma condicional como equivalente. Logo, não se deve utilizar a equivalência contrapositiva, dada por $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$.

Uma outra equivalência fundamental que se pode utilizar com o conectivo condicional é a seguinte: $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Nega-se o primeiro termo;
- Troca-se a condicional (\rightarrow) pela disjunção inclusiva (\vee); e

- Mantém-se o segundo termo.

Para o caso em questão, temos:

$$\sim b \rightarrow d \equiv \sim(\sim b) \vee d$$

A dupla negação de **b** corresponde à proposição original. Logo, ficamos com:

$$\sim b \rightarrow d \equiv b \vee d$$

Essa proposição equivalente pode ser descrita por:

bVd: "[Paulo foi ao banco] ou [ele está sem dinheiro]."

A assertiva erra ao inserir o conectivo "**e**" no lugar do conectivo "**ou**". O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: ERRADO.

8.(CESPE/TRE-GO/2015) P: Se L for um triângulo retângulo em que a medida da hipotenusa seja igual a c e os catetos meçam a e b, então $c^2 = a^2 + b^2$.

Julgue o item que se segue, acerca de lógica proposicional.

A proposição P será equivalente à proposição $(\neg R) \vee S$, desde que R e S sejam proposições convenientemente escolhidas.

Comentários:

Pessoal, a proposição **P** é uma condicional, e toda a condicional pode ser transformada em uma disjunção inclusiva por meio da equivalência $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$. Esse conhecimento já basta para marcarmos o gabarito como CERTO, pois bastaria escolher as proposições **R** e **S** de modo conveniente.

Para melhor explicar o raciocínio, vamos definir as proposições:

R: "L é um triângulo retângulo em que a medida da hipotenusa seja igual a c e os catetos meçam a e b."

S: " $c^2 = a^2 + b^2$ "

A proposição **P** é dada por **R→S**:

R→S: "**Se** [L for um triângulo retângulo em que a medida da hipotenusa seja igual a c e os catetos meçam a e b], **então** [$c^2 = a^2 + b^2$]."

Veja que **a assertiva não apresenta uma condicional como equivalente**. Logo, **não** se deve utilizar a equivalência **contrapositiva**, dada por $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$.

Uma outra equivalência fundamental que se pode utilizar com o conectivo condicional é a seguinte: $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (\rightarrow) pela disjunção inclusiva (\vee); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$P \equiv R \rightarrow S \equiv \sim R \vee S$$

Gabarito: CERTO.

9.(CESPE/PF/2018) P: "A nomeação do novo servidor público ocorre para reposição de vacância em área essencial, ou o candidato aprovado não será nomeado".

A proposição P é logicamente equivalente à proposição: "Se não for para reposição de vacância em área essencial, então o candidato aprovado não será nomeado".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

n: "A nomeação do novo servidor público ocorre para reposição de vacância em área essencial."

a: "O candidato aprovado será nomeado."

A proposição original P pode ser escrita por $n \vee \sim a$:

$n \vee \sim a$: "[A nomeação do novo servidor público ocorre para reposição de vacância em área essencial], ou [o candidato aprovado não será nomeado]."

Para transformar a disjunção inclusiva em uma condicional, podemos usar a equivalência $p \vee q \equiv \sim p \rightarrow q$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (\vee) pela condicional (\rightarrow); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim n \rightarrow \sim a \equiv n \rightarrow \sim a$$

A condicional equivalente obtida pode ser escrita como:

$\sim n \rightarrow \sim a$: "Se [não for para reposição de vacância em área essencial], então [o candidato aprovado não será nomeado]."

Gabarito: CERTO.

10.(CESPE/CAM DEP/2014) C: O candidato X me dará um agrado antes da eleição ou serei atingido por uma benfeitoria que ele fizer depois de eleito.

A proposição C é equivalente à seguinte proposição: “Se o candidato X não me der um agrado antes da eleição, serei atingido por uma benfeitoria que ele fizer após ser eleito”.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "O candidato X me dará um agrado antes da eleição."

b: "Serei atingido por uma benfeitoria que o candidato X fizer depois de eleito."

A proposição original C é descrita por **aVb**:

aVb: "[O candidato X me dará um agrado antes da eleição] ou [serei atingido por uma benfeitoria que ele fizer depois de eleito]."

Para transformar a disjunção inclusiva em uma condicional, podemos usar a equivalência $pVq \equiv \sim p \rightarrow q$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Nega-se o primeiro termo;
- Troca-se a disjunção inclusiva (**V**) pela condicional (\rightarrow); e
- Mantém-se o segundo termo.

Para o caso em questão, temos:

$$aVb \equiv \sim a \rightarrow b$$

Observe que a equivalência obtida pode ser descrita por:

$\sim a \rightarrow b$: “**Se** [o candidato X **não** me der um agrado antes da eleição], **então** [serei atingido por uma benfeitoria que ele fizer após ser eleito].”

A questão apresentou esse condicional na forma em que se omite o “**então**”. O **gabarito**, portanto, é **CERTO**.

Gabarito: CERTO.

2 – Negação da conjunção e da disjunção inclusiva (Leis de De Morgan)

11.(CESPE/MDIC/2014) A negação da proposição “A Brasil Central é uma das ruas mais movimentadas do centro da cidade e lá o preço dos aluguéis é alto” está corretamente expressa por “A Brasil Central não é uma das ruas mais movimentadas do centro da cidade ou lá o preço dos aluguéis não é alto”.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

m: "A Brasil Central é uma das ruas mais movimentadas do centro da cidade."

p: "Lá (na Brasil Central) o preço dos aluguéis é alto."

A proposição original pode ser descrita por **mΛp**:

mΛp: “[A Brasil Central é uma das ruas mais movimentadas do centro da cidade] e [lá o preço dos aluguéis é alto].”

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Negam-se ambas as parcelas da conjunção;
- Troca-se a conjunção (\wedge) pela disjunção inclusiva (\vee).

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o “e” pelo “ou”**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(m \wedge p) \equiv \sim m \vee \sim p$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~mV~p: “[A Brasil Central **não** é uma das ruas mais movimentadas do centro da cidade] ou [lá o preço dos aluguéis **não** é alto].”

Gabarito: CERTO.

12. (CESPE/SEFAZ-AL/2020) A negação da proposição “Os servidores públicos que atuam nesse setor padecem e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem.” é corretamente expressa por “Os servidores públicos que atuam nesse setor **não** padecem e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor **não** padecem.”

Comentários:

Sejam as proposições simples:

s: "Os servidores públicos que atuam nesse setor padecem."

b: "Os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **sΛb**:

sΛb: "[Os servidores públicos que atuam nesse setor padecem] e [os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem]."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Negam-se ambas as parcelas da conjunção;
- Troca-se a conjunção (\wedge) pela disjunção inclusiva (\vee).

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(s \wedge b) \equiv \sim s \vee \sim b$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

$\sim s \vee \sim b$: "[Os servidores públicos que atuam nesse setor **não** padecem] ou [os beneficiários dos serviços prestados por esse setor **não** padecem]."

Perceba que a negação correta apresenta o conectivo "ou", não o conectivo "e", como presente na assertiva. O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: ERRADO.

13.(CESPE/TRE MS/2013) A negação da proposição “Crescer além de certo porte é um ótimo negócio para empresários, mas um mau negócio para o mundo” é equivalente a

- a) Crescer além de certo porte não é um ótimo negócio para empresários ou não é um mau negócio para o mundo.
- b) Não crescer além de certo porte é um ótimo negócio para empresários, mas um mau negócio para o mundo.
- c) Não crescer além de certo porte não é um ótimo negócio para empresários, mas um mau negócio para o mundo.
- d) Não crescer além de certo porte não é um ótimo negócio para empresários, nem um mau negócio para o mundo.
- e) Crescer além de certo porte não é um ótimo negócio para empresários, nem um mau negócio para o mundo.

Comentário:

Sejam as proposições simples:

e: "Crescer além de certo porte é um ótimo negócio para empresários."

m: "Crescer além de certo porte é um mau negócio para o mundo."

Observe que na proposição original o conectivo "**mas**" corresponde a uma conjunção "**e**". Isso significa que a proposição original pode ser descrita por **eAm**:

eAm: "[Crescer além de certo porte é um ótimo negócio para empresários], **mas** [um mau negócio para o mundo]."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (\wedge) pela disjunção inclusiva (\vee).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o “e” pelo “ou”**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(e \wedge m) \equiv \sim e \vee \sim m$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

$\sim e \vee \sim m$: "[Crescer além de certo porte **não** é um ótimo negócio para empresário] **ou** [**não** é um mau negócio para o mundo]."

Gabarito: Letra A.

14.(CESPE/SEFAZ-RS/2018) A negação da proposição “O IPTU, eu pago parcelado; o IPVA, eu pago em parcela única” pode ser escrita como

- a) "Eu pago o IPTU em parcela única ou pago o IPVA parcelado".
- b) "Eu não pago o IPTU parcelado e não pago o IPVA em parcela única".
- c) "Eu não pago o IPTU parcelado e pago o IPVA parcelado".
- d) "Eu não pago o IPTU parcelado ou não pago o IPVA em parcela única".
- e) "Eu pago o IPTU em parcela única e pago o IPVA parcelado".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

u: "O IPTU, eu pago parcelado."

a: "O IPVA, eu pago em parcela única."

A proposição original da questão se trata da conjunção **uΛa**, pois significa o seguinte:

uΛa: "[O IPTU, eu pago parcelado] e [o IPVA, eu pago em parcela única]."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Negam-se ambas as parcelas da conjunção;
- Troca-se a conjunção (\wedge) pela disjunção inclusiva (\vee).

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o “e” pelo “ou”**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(u \wedge a) \equiv \sim u \vee \sim a$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

"[O IPTU eu **não** pago parcelado] ou [o IPVA eu **não** pago em parcela única]."

Esse resultado corresponde a **alternativa D**, que apresenta uma reescrita das proposições simples sem alteração de sentido.

Gabarito: Letra D.

15.(CESPE/SERPRO/2013) A negação da proposição “O síndico troca de carro ou reforma seu apartamento” pode ser corretamente expressa por “O síndico **não** troca de carro nem reforma seu apartamento”.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

k: "O síndico troca de carro"

a: "O síndico reforma seu apartamento"

A proposição original pode ser descrita por **kVa**:

kVa: “[O síndico troca de carro] ou [reforma seu apartamento].”

Para realizar a negação de uma disjunção inclusiva, usa-se a equivalência $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;
- Troca-se a disjunção inclusiva (\vee) pela conjunção (\wedge).

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(k \vee a) \equiv \sim k \wedge \sim a$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

$\sim k \wedge \sim a$: "[O síndico **não** troca de carro] **e** [**não** reforma seu apartamento]."

A equivalência sugerida pelo enunciado expressa a mesma frase anterior substituindo o conectivo "**e**" e a negação "**não**" pela palavra "**nem**".

$\sim k \wedge \sim a$: "[O síndico **não** troca de carro] **[nem]** reforma seu apartamento]."

Gabarito: CERTO.

16.(CESPE/PC MA/2018) A qualidade da educação dos jovens sobe ou a sensação de segurança da sociedade diminui.

Assinale a opção que apresenta uma proposição que constitui uma negação da proposição.

- A qualidade da educação dos jovens não sobe e a sensação de segurança da sociedade não diminui.
- A qualidade da educação dos jovens desce ou a sensação de segurança da sociedade aumenta.
- A qualidade da educação dos jovens não sobe ou a sensação de segurança da sociedade não diminui.
- A qualidade da educação dos jovens sobe e a sensação de segurança da sociedade diminui.
- A qualidade da educação dos jovens diminui ou a sensação de segurança da sociedade sobe.

Comentário:

Sejam as proposições simples:

q: "A qualidade da educação dos jovens sobe."

s: "A sensação de segurança da sociedade diminui."

A proposição composta do enunciado é dada por:

qVs: "[A qualidade da educação dos jovens sobe] **ou** [a sensação de segurança da sociedade diminui]."

Para realizar a negação de uma disjunção inclusiva, usa-se a equivalência $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;
- Troca-se a disjunção inclusiva (\vee) pela conjunção (\wedge).

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

$\sim q \wedge \sim s$: "[A qualidade da educação dos jovens **não sobe**] **e** [a sensação de segurança da sociedade **não diminui**]."

O **gabarito**, portanto, é a **alternativa A**.

Observação: a palavra "desce" não é a negação de "sobe", bem como a palavra "aumenta" não é a negação de "diminui".

Gabarito: Letra A.

17. (CESPE/MEC/2014) A negação da proposição “O candidato é pós-graduado ou sabe falar inglês” pode ser corretamente expressa por “O candidato não é pós-graduado nem sabe falar inglês”.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

- p**: "O candidato é pós-graduado."
i: "O candidato sabe falar inglês."

A proposição composta original pode ser descrita por **pVi**:

pVi: "[O candidato é pós-graduado] **ou** [sabe falar inglês]."

Para realizar a negação de uma disjunção inclusiva, usa-se a equivalência $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;
- Troca-se a disjunção inclusiva (\vee) pela conjunção (\wedge).

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(p \vee i) \equiv \sim p \wedge \sim i$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

$\sim p \wedge \sim i$: "[O candidato **não** é pós-graduado] **e** [o candidato **não** sabe falar inglês]."

A equivalência sugerida pelo enunciado expressa a mesma frase anterior substituindo o conectivo "**e**" e a negação "**não**" pela palavra "**nem**".

$\sim p \wedge \sim i$: "[O candidato **não** é pós-graduado] [**nem** sabe falar inglês]."

Gabarito: CERTO.

18.(CESPE/DETRAN-DF/2009) Considerando que A, B e C sejam proposições, que os símbolos V e \wedge representam os conectivos "ou" e "e", respectivamente, e que o símbolo \neg denota o modificador negação, julgue o item a seguir.

A proposição $(AVB) \wedge [(\neg A) \wedge (\neg B)]$ é sempre falsa.

Comentários:

Veja que, para resolver a questão, poderíamos montar a **tabela-verdade** e verificar que a proposição em questão é sempre falsa.

A	B	$\neg A$	$\neg B$	AVB	$\neg A \wedge \neg B$	$(AVB) \wedge (\neg A \wedge \neg B)$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	V	F

Vamos agora resolver problema de um outro modo.

Devemos avaliar se $(AVB) \wedge [(\neg A) \wedge (\neg B)]$ é sempre falsa.

Aplicando De Morgan "ao contrário" em $[(\neg A) \wedge (\neg B)]$, temos:

$$[(\neg A) \wedge (\neg B)] \equiv [\neg (AVB)]$$

A proposição original fica:

$$(AVB) \wedge [\neg (AVB)]$$

Note que se trata da conjunção de um termo **(AVB)** com a sua negação. Essa conjunção apresenta, então, dois termos com valores lógicos sempre opostos. Temos, portanto, que o valor lógico da conjunção sempre será falso, ou seja, trata-se de uma contradição.

Gabarito: CERTO.

19.(CESPE/BNB/2018) Julgue o item que se segue, a respeito de lógica proposicional.

Se P e Q forem proposições simples, então a proposição $\neg[P \vee (\neg Q)] \leftrightarrow [(\neg P) \wedge Q]$ é uma tautologia.

Comentários:

Veja que, para resolver a questão, poderíamos montar a **tabela-verdade** e verificar que a proposição em questão é sempre verdadeira.

P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$P \vee \neg Q$	$\neg[P \vee \neg Q]$	$\neg P \wedge Q$	$\neg[P \vee \neg Q] \leftrightarrow \neg P \wedge Q$
V	V	F	F	V	F	F	V
V	F	F	V	V	F	F	V
F	V	V	F	F	V	V	V
F	F	V	V	V	F	F	V

Note, porém, que existe uma outra forma de se resolver o problema.

Considere a proposição do enunciado:

$$\neg[P \vee (\neg Q)] \leftrightarrow [(\neg P) \wedge Q]$$

Vamos aplicar De Morgan no lado esquerdo da bicondicional:

$$[(\neg P) \wedge \neg(\neg Q)] \leftrightarrow [(\neg P) \wedge Q]$$

A dupla negação de **Q** corresponde à própria proposição **Q**. Nossa bicondicional fica:

$$[(\neg P) \wedge Q] \leftrightarrow [(\neg P) \wedge Q]$$

Temos uma bicondicional com os dois termos que sempre assumem os mesmos valores lógicos. Isso significa que a bicondicional é sempre verdadeira e, portanto, trata-se de uma tautologia.

Gabarito: CERTO.

3 – Negação da condicional

20. (CESPE/ANVISA/2016) Julgue o seguinte item, relativo a raciocínio lógico, a princípios de contagem e probabilidade e a operações com conjuntos.

A sentença "Se João tem problemas cardíacos, então ele toma remédios que controlam a pressão." pode ser corretamente negada pela sentença "João tem problemas cardíacos e ele não toma remédios que controlam a pressão".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "João tem problemas cardíacos."

r: "João toma remédios que controlam a pressão."

A proposição composta original pode ser definida pela condicional **p→r**:

p→r: "**Se** [João tem problemas cardíacos], **então** [ele toma remédios que controlam a pressão]."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Mantém-se o primeiro termo;
- Troca-se a condicional (\rightarrow) pela conjunção (\wedge); e
- Nega-se o segundo termo.

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(p \rightarrow r) \equiv p \wedge \sim r$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

p \wedge **~r**: "[João tem problemas cardíacos] **e** [não toma remédios que controlam a pressão]."

Gabarito: CERTO.

21.(CESPE/EBSERH/2018) A respeito de lógica proposicional, julgue o item que se segue.

A negação da proposição "Se o fogo for desencadeado por curto-circuito no sistema elétrico, será recomendável iniciar o combate às chamas com extintor à base de espuma." é equivalente à proposição "O fogo foi desencadeado por curto-circuito no sistema elétrico e não será recomendável iniciar o combate às chamas com extintor à base de espuma."

Comentários:

Sejam as proposições simples:

f: "O fogo é desencadeado por curto-circuito no sistema elétrico."

r: "Será recomendável iniciar o combate às chamas com extintor à base de espuma."

A proposição original cuja negação se quer obter pode ser descrita por $f \rightarrow r$:

$f \rightarrow r$: "**Se** [o fogo for desencadeado por curto-circuito no sistema elétrico], [será recomendável iniciar o combate às chamas com extintor à base de espuma]."

A questão quer uma **equivalência da negação** da proposição original, ou seja, **quer uma expressão equivalente a $\sim(f \rightarrow r)$.**

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (\rightarrow) pela conjunção (\wedge); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(f \rightarrow r) \equiv f \wedge \sim r$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

$f \wedge \sim r$: "[O fogo é desencadeado por curto-circuito no sistema elétrico] e [não será recomendável iniciar o combate às chamas com extintor à base de espuma]."

Gabarito: CERTO.

22.(CESPE/MPOG/2015) Considerando a proposição P: "Se João se esforçar o bastante, então João conseguirá o que desejar", julgue o item a seguir.

A negação da proposição P pode ser corretamente expressa por "João não se esforçou o bastante, mas, mesmo assim, conseguiu o que desejava".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

e: "João se esforçou bastante."

d: "João conseguiu o que desejava."

A proposição composta original pode ser definida pela condicional $e \rightarrow d$:

$e \rightarrow d$: “**Se** [João se esforçar o bastante], **então** [João conseguirá o que desejar].”

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (\rightarrow) pela conjunção (\wedge); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(e \rightarrow d) \equiv e \wedge \sim d$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

$e \wedge \sim d$: “[João se esforçou o bastante] **e** [não conseguiu o que desejava].”

A negação apresentada está errada, pois corresponde a $\sim e \wedge d$. Observe que a expressão “mas, mesmo assim” corresponde à conjunção “e”.

$\sim e \wedge d$: “[João **não** se esforçou o bastante], **mas, mesmo assim**, [conseguiu o que desejava].”

Gabarito: ERRADO.

23. (CESPE/COGE-CE/2019) P1: Se os recursos foram aplicados em finalidade diversa da prevista ou se a obra foi superfaturada, então a prestação de contas da prefeitura não foi aprovada.

Assinale a opção correspondente à proposição equivalente à negação da proposição P1.

- “Os recursos foram aplicados em finalidade diversa da prevista ou a obra foi superfaturada, mas a prestação de contas da prefeitura foi aprovada”.
- “Os recursos foram aplicados em finalidade diversa da prevista e a obra foi superfaturada, mas a prestação de contas da prefeitura foi aprovada”.
- “Os recursos não foram aplicados em finalidade diversa da prevista e a obra não foi superfaturada, mas a prestação de contas da prefeitura foi aprovada”.
- “Se os recursos não foram aplicados em finalidade diversa da prevista e a obra não foi superfaturada, então a prestação de contas da prefeitura foi aprovada”.
- “Se a prestação de contas da prefeitura foi aprovada, então os recursos não foram aplicados em finalidade diversa da prevista e a obra não foi superfaturada”.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: “Os recursos foram aplicados em finalidade diversa da prevista.”

s: “A obra foi superfaturada.”

p: "A prestação de contas da prefeitura não foi aprovada."

A proposição **P1** pode ser descrita por $(aVs) \rightarrow p$:

$(aVs) \rightarrow p$: "**Se** [(os recursos foram aplicados em finalidade diversa da prevista) **ou** (se a obra foi superfaturada)], **então** [a prestação de contas da prefeitura não foi aprovada]."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (\rightarrow) pela conjunção (\wedge); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim[(aVs) \rightarrow p] \equiv (aVs) \wedge \sim p$$

Utilizando o conectivo "**mas**" para representar a conjunção, temos:

$(aVs) \wedge \sim p$: "[**(Os recursos foram aplicados em finalidade diversa da prevista) ou (a obra foi superfaturada)**], **mas** [**a prestação de contas da prefeitura foi aprovada**]."

Gabarito: Letra A.

24.(CESPE/SEFAZ-RS/2018) Se **P, Q e R** são proposições simples, então a proposição $\neg[P \rightarrow (Q \rightarrow R)]$ é equivalente a

- a) $(R \rightarrow Q) \rightarrow P$
- b) $(\sim P) \rightarrow [(\sim Q) \rightarrow (\sim R)]$.
- c) $(\sim P) \wedge Q \wedge R$
- d) $P \wedge Q \wedge (\sim R)$.
- e) $(\sim P) \rightarrow (Q \rightarrow R)$

Comentários:

Podemos desenvolver a proposição $\neg[P \rightarrow (Q \rightarrow R)]$ realizando a negação da condicional formada pelo antecedente **P** e pelo consequente **(Q → R)**.

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (\rightarrow) pela conjunção (\wedge); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Aplicando essa equivalência em $\sim[P \rightarrow (Q \rightarrow R)]$, devemos manter P , tocar a primeira condicional por uma conjunção e negar $(Q \rightarrow R)$:

$$\sim[P \rightarrow (Q \rightarrow R)] \equiv P \wedge [\sim(Q \rightarrow R)]$$

A segunda parcela da conjunção obtida, $\sim(Q \rightarrow R)$, também é a negação de uma condicional. Portanto, podemos aplicar a mesma equivalência nessa parcela:

$$\sim[P \rightarrow (Q \rightarrow R)] \equiv P \wedge [Q \wedge (\sim R)]$$

A equivalência obtida corresponde à alternativa D, que não apresenta os colchetes. Isso porque, pela **propriedade associativa**, podemos executar as conjunções em qualquer ordem.

Gabarito: Letra D.

4 – Outras equivalências e negações

25. (CESPE/TCE-RS/2013) Com base na proposição P: “Quando o cliente vai ao banco solicitar um empréstimo, ou ele aceita as regras ditadas pelo banco, ou ele não obtém o dinheiro”, julgue o item que se segue.

A negação da proposição “Ou o cliente aceita as regras ditadas pelo banco, ou o cliente não obtém o dinheiro” é logicamente equivalente a “O cliente aceita as regras ditadas pelo banco se, e somente se, o cliente não obtém o dinheiro”

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "O cliente aceita as regras ditadas pelo banco."

q: "O cliente não obtém o dinheiro."

A proposição a ser negada é **pVq**. Sabemos que a negação da disjunção exclusiva é a bicondicional:

$$\sim(p \vee q) \equiv p \leftrightarrow q$$

A bicondicional pode ser descrita por:

"[O cliente aceita as regras ditadas pelo banco] **se, e somente se,** [o cliente não obtém o dinheiro]."

Gabarito: CERTO.

26.(CESPE/PC-CE/2012) Considere as proposições:

P1: Se se deixa dominar pela emoção ao tomar decisões, então o policial toma decisões ruins.

P2: Se não tem informações precisas ao tomar decisões, então o policial toma decisões ruins.

A proposição formada pela conjunção de P1 e P2 é logicamente equivalente à proposição "Se se deixa dominar pela emoção ou não tem informações precisas ao tomar decisões, então o policial toma decisões ruins".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

d: "O policial se deixa dominar pela emoção ao tomar decisões."

t: "O policial toma decisões ruins."

i: "O policial **não** tem informações precisas ao tomar decisões."

Definidas as proposições, **P1** pode ser definida como **d→t** e **P2** pode ser definida por **i→t**. Logo, a conjunção de **P1 e P2** pode ser descrita por:

$$(d \rightarrow t) \wedge (i \rightarrow t)$$

Devemos, portanto, avaliar se $(d \rightarrow t) \wedge (i \rightarrow t)$ é equivalente a:

"**Se** [(se deixa dominar pela emoção) **ou** (**não** tem informações precisas ao tomar decisões)], **então** [o policial toma decisões ruins]".

Isto é, devemos avaliar se $(d \rightarrow t) \wedge (i \rightarrow t)$ é equivalente a $(d \vee i) \rightarrow t$. Sabemos que ambas as proposições são equivalentes, pois correspondem à seguinte equivalência:

$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$$

Caso você não se lembre dessa equivalência na hora da prova, não se esqueça que **SEMPRE** podemos recorrer à **tabela-verdade** para verificar se duas proposições são equivalentes.

d	i	t	$d \rightarrow t$	$i \rightarrow t$	$d \vee i$	$(d \rightarrow t) \wedge (i \rightarrow t)$	$(d \vee i) \rightarrow t$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	F	F
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	F	F
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	F	V	V
F	F	F	V	V	F	V	V

Veja que ambas as proposições apresentam a mesma tabela-verdade e, portanto, são equivalentes.

Gabarito: CERTO.

27.(CESPE/PRF/2012) Um jovem, visando ganhar um novo smartphone no dia das crianças, apresentou à sua mãe a seguinte argumentação: "Mãe, se tenho 25 anos, moro com você e papai, dou despesas a vocês e dependo de mesada, então eu não ajo como um homem da minha idade. Se estou há 7 anos na faculdade e não tenho capacidade para assumir minhas responsabilidades, então não tenho um mínimo de maturidade. Se não ajo como um homem da minha idade, sou tratado como criança. Se não tenho um mínimo de maturidade, sou tratado como criança. Logo, se sou tratado como criança, mereço ganhar um novo smartphone no dia das crianças".

Com base nessa argumentação, julgue o item a seguir.

A proposição "Se não ajo como um homem da minha idade, sou tratado como criança, e se não tenho um mínimo de maturidade, sou tratado como criança" é equivalente a "Se não ajo como um homem da minha idade ou não tenho um mínimo de maturidade, sou tratado como criança"

Comentários:

Primeiro vamos definir as proposições:

a: "Não ajo como um homem da minha idade."

k: "Sou tratado como criança."

m: "Não tenho um mínimo de maturidade."

Note que a questão pergunta se $(a \rightarrow k) \wedge (m \rightarrow k)$ é equivalente a $(a \vee m) \rightarrow k$. Sabemos que ambas as proposições são equivalentes, pois correspondem à seguinte equivalência:

$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$$

Caso você não se lembre dessa equivalência na hora da prova, não se esqueça que **SEMPRE** podemos recorrer à **tabela-verdade** para verificar se duas proposições são equivalentes.

Gabarito: CERTO.

5 - Questões com mais de um item

Texto para as questões 28 e 29

Considerando a proposição P: "Se o servidor gosta do que faz, então o cidadão-cliente fica satisfeito", julgue os itens a seguir.

28.(CESPE/SEFAZ DF/2020) A proposição P é logicamente equivalente à seguinte proposição: "Se o cidadão-cliente não fica satisfeito, então o servidor não gosta do que faz".

29.(CESPE/SEFAZ DF/2020) A proposição "O servidor não gosta do que faz, ou o cidadão-cliente não fica satisfeito" é uma maneira correta de negar a proposição P.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

g: "O servidor gosta do que faz."

s: " O cidadão-cliente fica satisfeito."

A proposição composta P pode ser definida pela condicional **g→s**:

g→s: "**Se** [o servidor gosta do que faz], **então** [o cidadão-cliente fica satisfeito]."

Vamos agora verificar as assertivas.

Questão 28

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e
- Negam-se ambos os termos da condicional.

Para o caso em questão, temos:

$$g \rightarrow s \equiv \sim s \rightarrow \sim g$$

A proposição equivalente pode ser escrita por:

$\sim s \rightarrow \sim g$: " **Se** [o cidadão-cliente **não** fica satisfeito], **então** [o servidor **não** gosta do que faz]."

O gabarito, portanto, é **CERTO**.

Questão 29

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Mantém-se o primeiro termo;
- Troca-se a condicional (\rightarrow) pela conjunção (\wedge); e
- Nega-se o segundo termo.

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(g \rightarrow s) \equiv g \wedge \sim s$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

g \wedge \sim s: "[O servidor gosta do que faz] e [o cidadão-cliente **não** fica satisfeito]."

O gabarito, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: 28 - CERTO. 29 - ERRADO.

Texto para as questões 30 e 31

Considerando a proposição P: "Se João se esforçar o bastante, então João conseguirá o que desejar", julgue os itens a seguir.

30.(CESPE/MPOG/2015) A proposição "João não se esforça o bastante ou João conseguirá o que desejar" é logicamente equivalente à proposição P.

31.(CESPE/MPOG/2015) A proposição "Se João não conseguiu o que desejava, então João não se esforçou o bastante" é logicamente equivalente à proposição P.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

e: "João se esforça o bastante."

d: "João consegue o que deseja."

A proposição composta **P** pode ser definida pela condicional **e \rightarrow d**:

e \rightarrow d: "Se [João se esforçar o bastante], então [João conseguirá o que desejar]."

Vamos agora verificar as assertivas.

Questão 30

Veja que a assertiva não apresenta uma condicional como equivalente. Logo, não se deve utilizar a equivalência **contrapositiva**, dada por $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$.

Uma outra equivalência fundamental que se pode utilizar com o conectivo condicional é a seguinte: $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Nega-se o primeiro termo;
- Troca-se a condicional (\rightarrow) pela disjunção inclusiva (\vee); e
- Mantém-se o segundo termo.

Para o caso em questão, temos:

$$e \rightarrow d \equiv \sim e \vee d$$

Essa proposição equivalente pode ser descrita por:

$\sim e \vee d$: “[João não se esforça o bastante] ou [João conseguirá o que desejar].”

O gabarito, portanto, é **CERTO**.

Questão 31

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e
- Negam-se ambos os termos da condicional.

Para o caso em questão, temos:

$$e \rightarrow d \equiv \sim d \rightarrow \sim e$$

A proposição equivalente pode ser escrita por:

$\sim d \rightarrow \sim e$: " **Se** [João não conseguiu o que desejava], **então** [João não se esforçou o bastante]."

Gabarito: 30 - CERTO. 31 - CERTO.

Texto para as questões 32, 33 e 34

Julgue os itens, considerando a proposição P a seguir.

P: "O bom jornalista não faz reportagem em benefício próprio nem deixa de fazer aquela que prejudique seus interesses".

32.(CESPE/PF/2018) A proposição P é logicamente equivalente à proposição: "Não é verdade que o bom jornalista faça reportagem em benefício próprio ou que deixe de fazer aquela que prejudique seus interesses".

33.(CESPE/PF/2018) A negação da proposição P está corretamente expressa por: "O bom jornalista faz reportagem em benefício próprio e deixa de fazer aquela que não prejudique seus interesses".

34.(CESPE/PF/2018) A negação da proposição P está corretamente expressa por: "Se o bom jornalista não faz reportagem em benefício próprio, então ele deixa de fazer aquela reportagem que prejudica seus interesses".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

r: "O bom jornalista faz reportagem em benefício próprio."

p: "O bom jornalista deixa de fazer aquela que prejudique seus interesses."

Observe que "**nem**" corresponde a "**e não**". A proposição original P pode ser descrita por $\sim r \wedge \sim p$:

$\sim r \wedge \sim p$: "[O bom jornalista **não** faz reportagem em benefício próprio] **e** [**não** deixa de fazer aquela que prejudique seus interesses]".

Vamos agora verificar as assertivas.

Questão 32

Veja que nova proposição apresentada pode ser descrita por $\sim(r \vee p)$, uma vez que o termo "**não é verdade que**" nega a proposição composta como um todo:

$\sim(r \vee p)$: "**Não é verdade que** [(o bom jornalista faça reportagem em benefício próprio) **ou** (que deixe de fazer aquela que prejudique seus interesses)]."

Por De Morgan, conhecemos a equivalência $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$. Aplicando essa equivalência ao caso, observe que as duas proposições compostas são equivalentes:

$$\sim(r \vee p) \equiv \sim r \wedge \sim p$$

O gabarito, portanto, é **CERTO**.

Questão 33

A assertiva pede a negação de $\sim r \wedge \sim p$.

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Negam-se ambas as parcelas da conjunção;
- Troca-se a conjunção (\wedge) pela disjunção inclusiva (\vee).

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o “e” pelo “ou”**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim r \wedge \sim p \equiv \sim(\sim r) \vee \sim(\sim p)$$

A dupla negação corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$\sim r \wedge \sim p \equiv r \vee p$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

rVp: “[O bom jornalista faz reportagem em benefício próprio] ou [deixa de fazer aquela que prejudique seus interesses].”

Perceba que a questão apresenta a negação de $\sim r \wedge \sim p$ como $r \wedge \sim p$ ao invés de rVp .

r \wedge ~p: “[O bom jornalista faz reportagem em benefício próprio] e [deixa de fazer aquela que não prejudique seus interesses].”

O gabarito, portanto, é **ERRADO**.

Questão 34

A questão pede a negação de $\sim r \wedge \sim p$ e pergunta se essa negação é uma determinada condicional. Para tanto, podemos utilizar a seguinte equivalência: $\sim(p \wedge q) \equiv p \rightarrow \sim q$. Para o caso em questão, temos:

$$\sim((\sim r) \wedge (\sim p)) \equiv (\sim r) \rightarrow \sim(\sim p)$$

A dupla negação de uma proposição simples corresponde à proposição original. Logo, a negação de $(\sim r) \wedge (\sim p)$ é:

$$(\sim r) \rightarrow p$$

Em português, $(\sim r) \rightarrow p$ corresponde à negação apresentada:

$(\sim r) \rightarrow p$: “**Se** [o bom jornalista **não** faz reportagem em benefício próprio], **então** [ele deixa de fazer aquela reportagem que prejudica seus interesses].”

O gabarito, portanto, é **CERTO**.

Gabarito: 32 - CERTO. 33 - ERRADO. 34 - CERTO.

Texto para as questões 35 e 36

Considere a proposição P a seguir.

P: Se não condenarmos a corrupção por ser imoral ou não a condenarmos por corroer a legitimidade da democracia, a condenaremos por motivos econômicos.

Tendo como referência a proposição apresentada, julgue os itens seguintes.

35.(CESPE/TC-DF/2014) A proposição P é logicamente equivalente à proposição “Se não condenarmos a corrupção por motivos econômicos, a condenaremos por ser imoral e por corroer a legitimidade da democracia”.

36.(CESPE/TC-DF/2014) A proposição P é logicamente equivalente à proposição “Condenaremos a corrupção por ser imoral ou por corroer a legitimidade da democracia ou por motivos econômicos”.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

i: "Condenamos a corrupção por ser imoral"

d: "Condenamos a corrupção por corroer a legitimidade da democracia."

e: "Condenaremos a corrupção por motivos econômicos."

A proposição composta P é uma condicional escrita na forma na forma "**Se p, q**", em que se omite o "então". Em linguagem proposicional, podemos descrever P por $(\sim i \vee \sim d) \rightarrow e$.

$(\sim i \vee \sim d) \rightarrow e$: "**Se** [**não** condenarmos a corrupção por ser imoral] **ou** [**não** a condenarmos por corroer a legitimidade da democracia], [**a** condenaremos por motivos econômicos]."

Vamos agora verificar as assertivas.

Questão 35

Observe que a questão pede uma proposição equivalente à condicional $(\sim i \vee \sim d) \rightarrow e$ e nos apresenta uma nova condicional para avaliarmos. Devemos, então, utilizar a equivalência **contrapositiva** $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Inverte-se as posições do antecedente e do consequente; e
- Negam-se ambos os termos da condicional.

Para o caso em questão, temos:

$$(\sim i \vee \sim d) \rightarrow e \equiv \sim e \rightarrow \sim(\sim i \vee \sim d)$$

Podemos aplicar De Morgan no consequente da nova condicional obtida. Ficamos com:

$$\sim e \rightarrow \sim(\sim i) \wedge \sim(\sim d)$$

A dupla negação de uma proposição corresponde a proposição original. Logo:

$$\sim e \rightarrow i \wedge d$$

Essa proposição equivalente obtida pode ser escrita como:

$\sim e \rightarrow i \wedge d$: “**Se** [não condenarmos a corrupção por motivos econômicos], [(a condenaremos por ser imoral) **e** (por corroer a legitimidade da democracia)].”

O gabarito, portanto, é **CERTO**.

Questão 36

Observe que a questão pede uma proposição equivalente à condicional $(\sim i \vee \sim d) \rightarrow e$ e nos apresenta uma disjunção inclusiva para avaliarmos. Nesse caso, vamos utilizar a equivalência $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (\rightarrow) pela disjunção inclusiva (\vee); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$(\sim i \vee \sim d) \rightarrow e \equiv \sim(\sim i \vee \sim d) \vee e$$

Podemos ainda desenvolver $\sim(\sim i \vee \sim d)$ por De Morgan:

$$(\sim i \vee \sim d) \rightarrow e \equiv [\sim(\sim i) \wedge \sim(\sim d)] \vee e$$

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original. Logo:

$$(\sim i \vee \sim d) \rightarrow e \equiv [i \wedge d] \vee e$$

Observe que a equivalência sugerida pelo enunciado é **i V d V e**, apresentando o conectivo “ou” no lugar do conectivo “e”.

O gabarito, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: 35 - CERTO. 36 - ERRADO.

6 – Questões com mais de uma equivalência

37. (CESPE/CBM AL/2017) A respeito de proposições lógicas, julgue o item a seguir.

Considere que P e Q sejam as seguintes proposições:

P: Se a humanidade não diminuir a produção de material plástico ou não encontrar uma solução para o problema do lixo desse material, então o acúmulo de plástico no meio ambiente irá degradar a vida no planeta.

Q: A humanidade diminui a produção de material plástico e encontra uma solução para o problema do lixo desse material ou o acúmulo de plástico no meio ambiente degradará a vida no planeta.

Nesse caso, é correto afirmar que as proposições P e Q são equivalentes.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

d: "A humanidade diminui a produção de material plástico."

s: "A humanidade encontra solução para o problema do lixo desse material."

a: "O acúmulo de plástico no meio ambiente degrada a vida no planeta."

A proposição P pode ser descrita por $(\sim d \vee \sim s) \rightarrow a$:

$(\sim d \vee \sim s) \rightarrow a$: "Se [(a humanidade não diminuir a produção de material plástico) ou (não encontrar uma solução para o problema do lixo desse material)], então [o acúmulo de plástico no meio ambiente irá degradar a vida no planeta]."

A segunda proposição pode ser descrita por $(d \wedge s) \vee a$:

$(d \wedge s) \vee a$: "[A humanidade diminui a produção de material plástico] e [encontra uma solução para o problema do lixo desse material] ou [o acúmulo de plástico no meio ambiente degradará a vida no planeta]."

Devemos verificar se $(\sim d \vee \sim s) \rightarrow a$ é equivalente a $(d \wedge s) \vee a$.

Perceba que a primeira proposição é uma condicional e a segunda é uma disjunção inclusiva de $(d \wedge s)$ com a. Logo, não devemos usar a equivalência **contrapositiva** para a primeira proposição.

Uma equivalência fundamental que se pode utilizar com o conectivo condicional é a seguinte: $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Nega-se o primeiro termo;
- Troca-se a condicional (\rightarrow) pela disjunção inclusiva (\vee); e
- Mantém-se o segundo termo.

Para o caso em questão, temos:

$$(\sim d \vee \sim s) \rightarrow a \equiv \sim (\sim d \vee \sim s) \vee a$$

Aplicando De Morgan para o termo $\sim(\sim d \vee \sim s)$, temos:

$$(\sim d \vee \sim s) \rightarrow a \equiv (\sim(\sim d) \wedge \sim(\sim s)) \vee a$$

A dupla negação de uma proposição simples corresponde à proposição não negada. Logo:

$$(\sim d \vee \sim s) \rightarrow a \equiv (d \wedge s) \vee a$$

Veja, portanto, que as proposições P e Q são equivalentes.

Gabarito: CERTO.

38.(CESPE/BACEN/2013) P1: O governo quer que a ferrovia seja construída, há necessidade de volumosos investimentos iniciais na construção e não haverá demanda suficiente por sua utilização nos primeiros anos de operação.

A negação da proposição P1 estará corretamente expressa por “O governo não quer que a ferrovia seja construída, não há necessidade de volumosos investimentos iniciais na construção ou haverá demanda suficiente por sua utilização nos primeiros anos de operação”.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

g: "O governo quer que a ferrovia seja construída."

i: "Há necessidade de volumosos investimentos iniciais na construção."

d: "Haverá demanda suficiente por sua utilização nos primeiros anos de operação."

Note que a proposição **P1** pode ser descrita por **g \wedge i \wedge \sim d**. Observe, também, que a primeira conjunção tem o conectivo "e" omitido:

g \wedge i \wedge \sim d: "[O governo quer que a ferrovia seja construída], [há necessidade de volumosos investimentos iniciais na construção] e [não haverá demanda suficiente por sua utilização nos primeiros anos de operação]."

A negação de **P1** pode ser desenhada por De Morgan, pois temos conjunções nessa proposição composta. Pela **propriedade associativa**, podemos separar a proposição **P1** em duas parcelas, sendo essa separação indiferente. Vamos então separar **P1** como **(g \wedge i) \wedge \sim d**.

Para negar essa conjunção composta pelas parcelas **(g \wedge i) e \sim d**, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Negam-se ambas as parcelas da conjunção;
- Troca-se a conjunção (\wedge) pela disjunção inclusiva (\vee).

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o “e” pelo “ou”**. Temos:

$$\sim[(g \wedge i) \wedge \sim d] \equiv \sim(g \wedge i) \vee \sim(\sim d)$$

A dupla negação corresponde à proposição original. Logo, ficamos com:

$$\sim[(g \wedge i) \wedge \sim d] \equiv \sim(g \wedge i) \vee d$$

A parcela $\sim(g \wedge i)$ pode ser desenvolvida novamente por De Morgan: **negam-se as duas proposições e troca-se o “e” pelo “ou”**. Temos:

$$\sim[(g \wedge i) \wedge \sim d] \equiv (\sim g \vee \sim i) \vee d$$

Pela propriedade associativa, podemos remover os parênteses de $[(g \wedge i) \wedge \sim d]$ e de $(\sim g \vee \sim i) \vee d$. Ficamos com:

$$\sim[g \wedge i \wedge \sim d] \equiv \sim g \vee \sim i \vee d$$

Podemos descrever a **negação** de P1 proposição como:

$\sim g \vee \sim i \vee d$: "[O governo **não** quer que a ferrovia seja construída] **ou** [**não** há necessidade de volumosos investimentos iniciais na construção] **ou** [haverá demanda suficiente por sua utilização nos primeiros anos de operação]."

A proposição que obtivemos difere da apresentada na assertiva somente pelo primeiro **ou**, que não é apresentado no item a ser julgado como certo errado. **No lugar desse conectivo é apresentada uma vírgula.** Veja:

"[O governo **não** quer que a ferrovia seja construída], [**não** há necessidade de volumosos investimentos iniciais na construção] **ou** [haverá demanda suficiente por sua utilização nos primeiros anos de operação]."

Nesse caso, a banca quis que a vírgula fosse interpretada como um "ou". Na proposição original P1, a vírgula funcionou como um conectivo "e" porque havia um conectivo "e" ao final da proposição composta. Já na negação, a banca entendeu que vírgula funcionou como um conectivo "ou" porque havia um conectivo "ou" ao final da proposição composta. O **gabarito**, portanto, é **CERTO**.

Gabarito: CERTO.

39.(CESPE/EMAP/2018) Julgue o item seguinte, relativo à lógica proposicional e de argumentação.

Se P e Q são proposições lógicas simples, então a proposição composta S = [P → Q] ↔ [Q ∨ (¬P)] é uma tautologia, isto é, independentemente dos valores lógicos V ou F atribuídos a P e Q, o valor lógico de S será sempre V

Comentários:

Poderíamos resolver essa questão por **tabela-verdade** ou **provando por absurdo**. Observe, porém, que o lado direito da bicondicional **[Q ∨ (¬P)]**, pela propriedade comutativa, pode ser reescrito por:

$$[(\sim P) \vee Q]$$

Para transformar a disjunção inclusiva em uma condicional, podemos usar a equivalência $p \vee q \equiv \sim p \rightarrow q$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- Nega-se o primeiro termo;
- Troca-se a disjunção inclusiva (\vee) pela condicional (\rightarrow); e
- Mantém-se o segundo termo.

Aplicando-se para o caso em questão, temos:

$$[\sim(\sim P) \rightarrow Q]$$

A dupla negação corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$[P \rightarrow Q]$$

Observe então que o lado direito da bicondicional é a condicional acima, de modo que podemos reescrever a nossa bicondicional como:

$$[P \rightarrow Q] \leftrightarrow [P \rightarrow Q]$$

Como os dois lados da bicondicional sempre vão apresentar o mesmo valor, essa bicondicional é sempre verdadeira e, portanto, trata-se de uma tautologia.

Gabarito: CERTO.

40.(CESPE/PGE-PE/2019) Acerca da lógica sentencial, julgue o item que se segue.

Se P , Q , R e S forem proposições simples, então as proposições $P \vee R \rightarrow Q \wedge S$ e $(\sim Q) \vee (\sim S) \rightarrow (\sim P) \wedge (\sim R)$ serão equivalentes

Comentários:

A questão pede a equivalência entre **duas condicionais**. Podemos então utilizar a equivalência contrapositiva em $P \vee R \rightarrow Q \wedge S$. Para tanto, devemos negar ambas as parcelas e trocar de posição o antecedente com o consequente.

$$P \vee R \rightarrow Q \wedge S \equiv \sim(Q \wedge S) \rightarrow \sim(P \vee R)$$

Aplicando De Morgan para ambos os lados da nova condicional obtida, obtemos:

$$P \vee R \rightarrow Q \wedge S \equiv (\sim Q) \vee (\sim S) \rightarrow (\sim P) \wedge (\sim R)$$

Veja que, a partir de $P \vee R \rightarrow Q \wedge S$, obtemos $(\sim Q) \vee (\sim S) \rightarrow (\sim P) \wedge (\sim R)$. Logo, essas proposições são equivalentes.

Gabarito: CERTO.

41. (CESPE/SERPRO/2013) Considerando que o símbolo lógico \wedge corresponda à conjunção “e”; \vee , à disjunção “ou”; \rightarrow , à condicional “se..., então”; \leftrightarrow , à bicondicional “se, e somente se”; \sim corresponda à negação “não”; P , Q e R sejam proposições simples; e S seja a seguinte proposição composta: $[P \wedge \sim(Q \vee R)] \rightarrow [R \wedge (P \leftrightarrow Q)]$, julgue o próximo item.

A negação de S – $\sim S$ – pode ser corretamente expressa por $[\sim P \vee (Q \vee R)] \wedge [(\sim R) \vee \sim(P \leftrightarrow Q)]$.

Comentários:

A proposição S é dada por $[P \wedge \sim(Q \vee R)] \rightarrow [R \wedge (P \leftrightarrow Q)]$. A pergunta pede a negação de S .

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Mantém-se o primeiro termo;
- Troca-se a condicional (\rightarrow) pela conjunção (\wedge); e
- Nega-se o segundo termo.

Para o caso em questão, temos:

$$[P \wedge \sim(Q \vee R)] \wedge \sim[R \wedge (P \leftrightarrow Q)]$$

O segundo termo é a negação de uma conjunção. Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Negam-se ambas as parcelas da conjunção;
- Troca-se a conjunção (\wedge) pela disjunção inclusiva (\vee).

Ficamos com:

$$[P \wedge \sim(Q \vee R)] \wedge [(\sim R) \vee \sim(P \leftrightarrow Q)]$$

Acabamos de obter a negação de S . Observe a negação sugerida pela assertiva:

$$[\sim P \vee (Q \vee R)] \wedge [(\sim R) \vee \sim(P \leftrightarrow Q)]$$

Podemos observar que a **negação sugerida está errada**, pois o primeiro termo, dado por $[\sim P \vee (Q \vee R)]$, é a negação de $[P \wedge \sim(Q \vee R)]$.

Gabarito: ERRADO.

42. (CESPE/TCE-ES/2012) Proposições são sentenças que podem ser julgadas como verdadeiras — V — ou falsas — F —, de forma que um julgamento exclui o outro, e são simbolizadas por letras maiúsculas, como P , Q , R e S . A partir de proposições conhecidas, novas proposições podem ser construídas usando-se símbolos especiais. Alguns desses símbolos são apresentados na tabela abaixo.

símbolo	nome	notação	leitura	valor
\sim	negação	$\sim P$	não P	contrário ao de P : V , se P for F ; ou F , se P for V
\wedge	conjunção	$P \wedge Q$	P e Q	V , se P e Q forem V ; caso contrário, será F
\vee	disjunção	$P \vee Q$	P ou Q	F , se P e Q forem F ; caso contrário, será V
\rightarrow	condicional	$P \rightarrow Q$	se P , então Q	F , se P for V e Q for F ; caso contrário, será V
\leftrightarrow	bicondicional	$P \leftrightarrow Q$	P se, e somente se, Q	V , se P e Q tiverem os mesmos valores; caso contrário, será F

Considerando as definições acima e a proposição $\{(PVQ) \rightarrow [R \wedge (\sim S)]\} \vee [(P \wedge S) \leftrightarrow (Q \wedge R)]$, julgue o item a seguir.

Essa proposição é logicamente equivalente à proposição $\{[(\sim R) \vee S] \rightarrow [(\sim P) \wedge (\sim Q)]\} \vee [(P \wedge S) \leftrightarrow (Q \wedge R)]$.

Comentários:

Em um primeiro momento a questão parece ser mais difícil do que realmente é por conta do excesso do uso de parênteses, colchetes e chaves. Uma vez que conhecemos a ordem de precedência dos conectivos, podemos reescrever a primeira e a segunda proposição da seguinte maneira:

$$\text{Primeira: } (PVQ \rightarrow R \wedge \sim S) \vee (P \wedge S \leftrightarrow Q \wedge R)$$

$$\text{Segunda: } (\sim R \vee S \rightarrow \sim P \wedge \sim Q) \vee (P \wedge S \leftrightarrow Q \wedge R)$$

Observe que o termo da direita da disjunção inclusiva "ou", dado por $(P \wedge S \leftrightarrow Q \wedge R)$, é o mesmo para ambas as proposições.

Desse modo, para demonstrar a equivalência, vamos desenvolver o termo da esquerda $(PVQ \rightarrow R \wedge \sim S)$ da primeira proposição e chegar no termo $(\sim R \vee S \rightarrow \sim P \wedge \sim Q)$.

A equivalência clássica que envolve duas condicionais é a contrapositiva: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$. Aplicando em $(PVQ \rightarrow R \wedge \sim S)$, temos:

$$\sim (R \wedge \sim S) \rightarrow \sim (PVQ)$$

Utilizando as equivalências de De Morgan para os dois termos da condicional acima, temos:

$$\sim R \vee \sim (\sim S) \rightarrow \sim P \wedge \sim Q$$

A dupla negação $\sim(\sim S)$ é equivalente a S . Ficamos com:

$$\sim R \vee S \rightarrow \sim P \wedge \sim Q$$

Finalmente, podemos constatar que os termos da esquerda de ambas as proposições são equivalentes e os termos da direita são iguais. Logo, as proposições são equivalentes.

Gabarito: CERTO.

43. (CESPE/SEFAZ-ES/2010) Considerando os símbolos lógicos \neg (negação), \wedge (conjunção), \vee (disjunção), \rightarrow (condicional) e as proposições

$$S: (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge r) \rightarrow q \vee r$$

e

$$T: ((p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge r)) \wedge (\neg q \wedge \neg r)$$

Julgue o item que se segue.

As proposições compostas $\neg S$ e T são equivalentes, ou seja, têm a mesma tabela-verdade, independentemente dos valores lógicos das proposições simples p , q , e r que as constituem.

Comentários:

Em um primeiro momento a questão parece ser complicada. Porém, se observarmos mais atentamente, podemos ver que parte das proposições S e T são iguais:

$$S: (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge r) \rightarrow q \vee r$$

$$T: ((p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge r)) \wedge (\neg q \wedge \neg r)$$

Note que S é uma condicional em que o antecedente é $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge r)$. Vamos negar S , como pede o enunciado, por meio da equivalência $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$:

$$((p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge r)) \wedge (\neg(q \vee r))$$

Podemos desenvolver $\neg(q \vee r)$ por De Morgan. A expressão de $\sim S$ fica:

$$((p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge r)) \wedge (\neg q \wedge \neg r)$$

Observe que, ao desenvolver $\sim S$, chegamos à proposição T . Logo, essas proposições são equivalentes.

Gabarito: CERTO.

7 – Álgebra de proposições

44.(CESPE/PF/2018) As proposições P, Q e R a seguir referem-se a um ilícito penal envolvendo João, Carlos, Paulo e Maria:

P: “João e Carlos não são culpados”.

Q: “Paulo não é mentiroso”.

R: “Maria é inocente”.

Considerando que $\sim X$ representa a negação da proposição X, julgue o item a seguir.

Independentemente de quem seja culpado, a proposição $\{P \rightarrow (\sim Q)\} \rightarrow \{Q \vee [(\sim Q) \vee R]\}$ será sempre verdadeira, isto é, será uma tautologia.

Comentários:

Primeiramente, vale notar que a construção da **tabela-verdade** é uma solução possível. Veja que, de fato, a proposição em questão será sempre verdadeira, isto é, uma tautologia.

P	Q	R	$\sim Q$	$P \rightarrow \sim Q$	$\sim Q \vee R$	$Q \vee [\sim Q \vee R]$	$\{P \rightarrow \sim Q\} \rightarrow \{Q \vee [\sim Q \vee R]\}$
V	V	V	F	F	V	V	V
V	V	F	F	F	F	V	V
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V	V
F	V	F	F	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

Vamos agora resolver de uma outra forma. Observe a proposição composta sugerida pelo enunciado:

$$\{P \rightarrow (\sim Q)\} \rightarrow \{Q \vee [(\sim Q) \vee R]\}$$

Podemos aplicar a **propriedade associativa** no consequente $\{Q \vee [(\sim Q) \vee R]\}$, obtendo:

$$(Q \vee \sim Q) \vee R$$

Observe que $(Q \vee \sim Q)$ é uma tautologia, pois se trata de uma disjunção inclusiva em que necessariamente uma das duas parcelas é verdadeira. Isso significa que o nosso consequente fica:

$$t \vee R$$

Observe que $t \vee R$ é uma disjunção inclusiva com um dos termos sempre verdadeiro t . Trata-se de uma tautologia. O nosso consequente fica:

$$t$$

Finalmente, a condicional fica:

$$\{P \rightarrow (\sim Q)\} \rightarrow t$$

O fato do consequente da condicional ser sempre verdadeiro garante que tal condicional é sempre verdadeira, pois o único caso em que uma condicional é falsa é quando o antecedente é V e o consequente é F. Temos, então, uma **tautologia**.

Caso não tivéssemos percebido isso, poderíamos continuar desenvolvendo a expressão. Utilizando a equivalência entre condicional e disjunção inclusiva, dada por $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$, teríamos:

$$\sim\{P \rightarrow (\sim Q)\} \vee t$$

Novamente, observe que temos uma disjunção inclusiva com um dos termos sempre verdadeiro (**t**). Trata-se de uma **tautologia**.

Gabarito: CERTO.

45.(CESPE/PF/2018) As proposições P, Q e R a seguir referem-se a um ilícito penal envolvendo João, Carlos, Paulo e Maria:

P: “João e Carlos não são culpados”.

Q: “Paulo não é mentiroso”.

R: “Maria é inocente”.

Considerando que $\sim X$ representa a negação da proposição X, julgue o item a seguir.

As proposições $P \wedge (\sim Q) \rightarrow (\sim R)$ e $R \rightarrow [Q \wedge (\sim P)]$ são equivalentes.

Comentários:

Primeiramente, vale notar que a construção da **tabela-verdade** é uma solução possível. Veja que, ao colocar as duas proposições compostas em uma mesma tabela, percebe-se que elas não são equivalentes, pois seus valores são diferentes na primeira e na sétima linha.

P	Q	R	$\sim P$	$\sim Q$	$\sim R$	$P \wedge Q$	$Q \wedge \sim P$	$[P \wedge \sim Q] \rightarrow \sim R$	$R \rightarrow [Q \wedge \sim P]$
V	V	V	F	F	F	F	F	V	F
V	V	F	F	F	V	F	F	V	V
V	F	V	F	V	F	V	F	F	F
V	F	F	F	V	V	V	F	V	V
F	V	V	V	F	F	F	V	V	V
F	V	F	V	F	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	F	F	V	V	F
F	F	F	V	V	V	F	F	V	V

Vamos agora resolver de outra forma.

A questão pergunta sobre a equivalência entre duas condicionais. Isso nos faz lembrar da contrapositiva $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$. Vamos aplicar essa equivalência na primeira proposição:

$$P \wedge (\sim Q) \rightarrow (\sim R) \equiv \sim(\sim R) \rightarrow \sim[P \wedge (\sim Q)]$$

A dupla negação $\sim(\sim R)$ corresponde à proposição original R , logo:

$$P \wedge (\sim Q) \rightarrow (\sim R) \equiv R \rightarrow \sim[P \wedge (\sim Q)]$$

Aplicando De Morgan em $\sim[P \wedge (\sim Q)]$, ficamos com:

$$P \wedge (\sim Q) \rightarrow (\sim R) \equiv R \rightarrow [(\sim P) \vee Q]$$

Para melhor visualização, aplicaremos a **propriedade comutativa** em $\sim P \vee Q$:

$$P \wedge (\sim Q) \rightarrow (\sim R) \equiv R \rightarrow [Q \vee (\sim P)]$$

Perceba que a questão apresentou $R \rightarrow [Q \wedge (\sim P)]$ como equivalente a $P \wedge (\sim Q) \rightarrow (\sim R)$, tornando a assertiva errada.

Gabarito: ERRADO.

46.(CESPE/TRE-GO/2015)

Q: Se L for um número natural divisível por 3 e por 5, então L será divisível por 15.

Julgue o item que se segue, acerca de lógica proposicional.

Se L for um número natural e se U, V e W forem as seguintes proposições:

U: “é divisível por 3”;

V: “é divisível por 5”;

W: “é divisível por 15”;

então a proposição $\neg Q$, a negação de Q , poderá ser corretamente expressa por $U \wedge V \wedge (\neg W)$.

Comentários:

Q é uma condicional que pode ser escrita do seguinte modo:

$$(U \wedge V) \rightarrow W$$

Para resolver a questão, podemos construir a tabela-verdade da **negação** de $(U \wedge V) \rightarrow W$ e comparar com $U \wedge V \wedge (\neg W)$.

Veja, na tabela abaixo, que de fato a **negação** da proposição sugerida pode ser expressa por $U \wedge V \wedge (\neg W)$, pois elas apresentam a mesma tabela-verdade. O **gabarito**, portanto, é **CERTO**.

U	V	W	$\sim W$	$U \wedge V$	$U \wedge V \rightarrow W$	$\sim [U \wedge V \rightarrow W]$	$[U \wedge V] \wedge \sim W$
V	V	V	F	V	V	F	F
V	V	F	T	V	F	V	V
V	F	V	F	F	V	F	F
V	F	F	T	F	V	F	F
F	V	V	F	F	V	F	F
F	V	F	T	F	V	F	F
F	F	V	F	F	V	F	F
F	F	F	T	F	V	F	F

Uma outra forma de resolver é utilizando equivalências lógicas. Para negar Q , devemos negar a condicional acima. Assim, utilizaremos a equivalência $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$.

$$\sim[(U \wedge V) \rightarrow W] \equiv (U \wedge V) \wedge (\sim W)$$

Sabemos que, pela **propriedade associativa**, a ordem de execução das três conjunções do lado direito é indiferente. Logo, podemos representar:

$$\sim[(U \wedge V) \rightarrow W] \equiv U \wedge V \wedge (\sim W)$$

Logo, $\sim Q$ pode ser expressa por $U \wedge V \wedge (\sim W)$.

Gabarito: CERTO.

47.(CESPE/TJ SE/2014) Julgue o próximo item, considerando os conectivos lógicos usuais \neg , \wedge , \vee , \rightarrow , \leftrightarrow e que P , Q e R representam proposições lógicas simples.

A proposição $[P \rightarrow (Q \wedge R)] \leftrightarrow \{[(\neg P) \vee Q] \wedge [(\neg P) \vee R]\}$ é uma tautologia.

Comentários:

Primeiramente, vale notar que a construção da **tabela-verdade** é uma solução possível. Ocorre que essa não é a melhor forma de se resolver a questão, pois levaria mais tempo.

Vamos resolver o problema por **álgebra de proposições**.

Utilizando a equivalência $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$, o lado direito da bicondicional, $[P \rightarrow (Q \wedge R)]$, pode ser descrito por $\sim P \vee (Q \wedge R)$.

Já no lado esquerdo da bicondicional, dado por $(\sim P \vee Q) \wedge (\sim P \vee R)$, podemos colocar " $\sim P$ " em evidência (**propriedade distributiva**):

$$(\sim P \vee Q) \wedge (\sim P \vee R) \equiv \sim P \vee (Q \wedge R)$$

Veja, portanto, que tanto o lado direito quanto o lado esquerdo da bicondicional correspondem a $\neg P \vee (Q \wedge R)$. Temos uma bicondicional em que ambos os lados terão sempre o mesmo valor lógico. Como essa bicondicional será sempre verdadeira, temos uma tautologia.

Gabarito: CERTO.

48.(CESPE/AFT/2013)

P	Q	R	S
V	V	V	
V	V	F	
V	F	V	
V	F	F	
F	V	V	
F	V	F	
F	F	V	
F	F	F	

A tabela acima corresponde ao início da construção da tabela-verdade da proposição S, composta das proposições simples P, Q e R. Julgue o item seguinte a respeito da tabela-verdade de S.

Se $S = (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$, então a última coluna da tabela-verdade de S conterá, de cima para baixo e na ordem em que aparecem, os seguintes elementos: V, F, V, V, F, V, F e F.

Comentários:

Pessoal, é claro que uma das formas de resolver a questão é construindo a **tabela-verdade**. Ocorre que, ao "bater o olho" em $(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$, é importante que você já perceba que podemos colocar "**P**" em evidência:

$$(P \wedge Q) \vee (P \wedge R) \equiv P \wedge (Q \vee R)$$

Note, portanto, que temos uma conjunção entre **P** e **(QVR)**. Para a conjunção ser verdadeira, tanto **P** quanto **(QVR)** devem ser verdadeiras.

Analizando a assertiva, veja que ela sugere que a sexta linha é verdadeira: V, F, V, V, F, V, F e F. Note que na sexta linha temos **P** falso, logo, a conjunção de **P** com **(QVR)** é falsa, não verdadeira. O gabarito, portanto, é ERRADO.

Gabarito: ERRADO.

49.(CESPE/STJ/2018) Considere as proposições P e Q a seguir.

P: Todo processo que tramita no tribunal A ou é enviado para tramitar no tribunal B ou no tribunal C.

Q: Todo processo que tramita no tribunal C é enviado para tramitar no tribunal B.

A partir dessas proposições, julgue o item seguinte.

A proposição $\neg P \rightarrow (P \rightarrow Q)$, em que $\neg P$ denota a negação da proposição P , é uma tautologia, isto é, todos os elementos de sua tabela-verdade são V (verdadeiro).

Comentários:

Temos a proposição:

$$\neg P \rightarrow (P \rightarrow Q)$$

Utilizando a equivalência $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$, temos:

$$\neg(\neg P) \vee (P \rightarrow Q)$$

$$PV(P \rightarrow Q)$$

Novamente, utilizando a mesma equivalência para $(P \rightarrow Q)$:

$$PV(\neg P \vee Q)$$

Utilizando a **propriedade associativa**:

$$(PV \neg P) \vee Q$$

$PV \neg P$ é uma tautologia. Ficamos com:

$$t \vee Q$$

Observe que $t \vee Q$ é a disjunção inclusiva de um termo que é sempre verdade com a proposição Q . Portanto, como ao menos um dos termos é sempre verdadeiro (t), essa disjunção inclusiva é sempre verdadeira (**propriedade da identidade para a disjunção inclusiva**). Logo, trata-se de uma tautologia.

Gabarito: CERTO.

50.(CESPE/CADE/2014) Considerando os conectivos lógicos usuais e que as letras maiúsculas representem proposições lógicas simples, julgue o item seguinte acerca da lógica proposicional.

A proposição $[(PVQ) \wedge (RVS)] \leftrightarrow [Q \wedge (RVS)] \vee [(P \wedge R) \vee (P \wedge S)]$ é uma tautologia.

Comentários:

Observe que temos quatro proposições simples nessa questão. Realizar a **tabela-verdade** resultaria em **16 linhas e muitas colunas**, sendo inviável gastar esse tempo com uma única questão em uma prova de certo e errado. A melhor solução para esse problema é utilizar álgebra de proposições.

Propriedade **distributiva** "colocando $P \wedge$ em evidência":

$$[(P \vee Q) \wedge (R \vee S)] \leftrightarrow [Q \wedge (R \vee S)] \vee [(P \wedge R) \vee (P \wedge S)]$$

$$[(P \vee Q) \wedge (R \vee S)] \leftrightarrow [Q \wedge (R \vee S)] \vee [P \wedge (R \vee S)]$$

Aplicação da propriedade **comutativa** duas vezes:

$$[(P \vee Q) \wedge (R \vee S)] \leftrightarrow [Q \wedge (R \vee S)] \vee [P \wedge (R \vee S)]$$

$$[(P \vee Q) \wedge (R \vee S)] \leftrightarrow [(R \vee S) \wedge Q] \vee [(R \vee S) \wedge P]$$

Propriedade **distributiva** colocando " $(R \vee S) \wedge$ " em evidência:

$$[(P \vee Q) \wedge (R \vee S)] \leftrightarrow [(R \vee S) \wedge Q] \vee [(R \vee S) \wedge P]$$

$$[(P \vee Q) \wedge (R \vee S)] \leftrightarrow [(R \vee S) \wedge (Q \vee P)]$$

$$[(P \vee Q) \wedge (R \vee S)] \leftrightarrow [(R \vee S) \wedge (Q \vee P)]$$

$$[(P \vee Q) \wedge (R \vee S)] \leftrightarrow [(P \vee Q) \wedge (R \vee S)]$$

Já podemos perceber que ambos os lados da bicondicional tem as mesmas proposições simples, bastando realizar a propriedade **comutativa** em alguns termos.

Gabarito: CERTO.

LISTA DE QUESTÕES

1 - Equivalências fundamentais

1.(CESPE/SEFAZ AL/2020) P: “Se o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa fica prejudicado, então os servidores públicos que atuam nesse setor padecem.”.

A proposição P é equivalente à proposição “Se os servidores públicos que atuam nesse setor não padecem, então o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa não fica prejudicado.”

2.(CESPE/TJ-SE/2014) Considerando que P seja a proposição “Se os seres humanos soubessem se comportar, haveria menos conflitos entre os povos”, julgue o item seguinte.

A proposição P é logicamente equivalente à proposição “Se houvesse menos conflitos entre os povos, os seres humanos saberiam se comportar”.

3.(CESPE/EMAP/2018) Julgue o item seguinte, relativo à lógica proposicional e de argumentação.

A proposição “Se Sônia é baixa, então Sônia pratica ginástica olímpica.” é logicamente equivalente à sentença “Se Sônia é alta, então Sônia não pratica ginástica olímpica.”

4.(CESPE/MDIC/2014) A proposição “Se o interessado der três passos, alugará a pouca distância uma loja por um valor baixo” é equivalente à proposição “Se o interessado não der três passos, não alugará a pouca distância uma loja por um valor baixo”.

5.(CESPE/ANVISA/2016) Considerando os símbolos normalmente usados para representar os conectivos lógicos, julgue os itens seguintes, relativos a lógica proposicional e à lógica de argumentação. Nesse sentido, considere, ainda, que as proposições lógicas simples sejam representadas por letras maiúsculas.

A sentença "Alberto é advogado, pois Bruno não é arquiteto" é logicamente equivalente à sentença "Bruno é arquiteto, pois Alberto não é advogado".

6.(CESPE/TRT17/2013) Considerando a proposição P: “Se estiver sob pressão dos corruptores ou diante de uma oportunidade com baixo risco de ser punido, aquele funcionário público será leniente com a fraude ou dela participará”, julgue o item seguinte relativo à lógica sentencial.

A proposição P é equivalente a “Se aquele funcionário público foi leniente com a fraude ou dela participou, então esteve sob pressão dos corruptores ou diante de uma oportunidade com baixo risco de ser punido”.

7.(CESPE/CEF/2014) Considerando a proposição “Se Paulo não foi ao banco, ele está sem dinheiro”, julgue o item seguinte.

A proposição em apreço equivale à proposição “Paulo foi ao banco e está sem dinheiro”.

8.(CESPE/TRE-GO/2015) P: Se L for um triângulo retângulo em que a medida da hipotenusa seja igual a c e os catetos meçam a e b, então $c^2 = a^2 + b^2$.

Julgue o item que se segue, acerca de lógica proposicional.

A proposição P será equivalente à proposição $(\neg R) \vee S$, desde que R e S sejam proposições convenientemente escolhidas.

9.(CESPE/PF/2018) P: “A nomeação do novo servidor público ocorre para reposição de vacância em área essencial, ou o candidato aprovado não será nomeado”.

A proposição P é logicamente equivalente à proposição: “Se não for para reposição de vacância em área essencial, então o candidato aprovado não será nomeado”.

10.(CESPE/CAM DEP/2014) C: O candidato X me dará um agrado antes da eleição ou serei atingido por uma benfeitoria que ele fizer depois de eleito.

A proposição C é equivalente à seguinte proposição: “Se o candidato X não me der um agrado antes da eleição, serei atingido por uma benfeitoria que ele fizer após ser eleito”.

2 – Negação da conjunção e da disjunção inclusiva (Leis de De Morgan)

11.(CESPE/MDIC/2014) A negação da proposição “A Brasil Central é uma das ruas mais movimentadas do centro da cidade e lá o preço dos aluguéis é alto” está corretamente expressa por “A Brasil Central não é uma das ruas mais movimentadas do centro da cidade ou lá o preço dos aluguéis não é alto”.

12. (CESPE/SEFAZ-AL/2020) A negação da proposição “Os servidores públicos que atuam nesse setor padecem e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem.” é corretamente expressa por “Os servidores públicos que atuam nesse setor não padecem e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor não padecem.”

13.(CESPE/TRE MS/2013) A negação da proposição “Crescer além de certo porte é um ótimo negócio para empresários, mas um mau negócio para o mundo” é equivalente a

- a) Crescer além de certo porte não é um ótimo negócio para empresários ou não é um mau negócio para o mundo.
- b) Não crescer além de certo porte é um ótimo negócio para empresários, mas um mau negócio para o mundo.
- c) Não crescer além de certo porte não é um ótimo negócio para empresários, mas um mau negócio para o mundo.
- d) Não crescer além de certo porte não é um ótimo negócio para empresários, nem um mau negócio para o mundo.
- e) Crescer além de certo porte não é um ótimo negócio para empresários, nem um mau negócio para o mundo.

14.(CESPE/SEFAZ-RS/2018) A negação da proposição “O IPTU, eu pago parcelado; o IPVA, eu pago em parcela única” pode ser escrita como

- a) “Eu pago o IPTU em parcela única ou pago o IPVA parcelado”.
- b) “Eu não pago o IPTU parcelado e não pago o IPVA em parcela única”.
- c) “Eu não pago o IPTU parcelado e pago o IPVA parcelado”.
- d) “Eu não pago o IPTU parcelado ou não pago o IPVA em parcela única”.
- e) “Eu pago o IPTU em parcela única e pago o IPVA parcelado”.

15.(CESPE/SERPRO/2013) A negação da proposição “O síndico troca de carro ou reforma seu apartamento” pode ser corretamente expressa por “O síndico não troca de carro nem reforma seu apartamento”.

16.(CESPE/PC MA/2018) A qualidade da educação dos jovens sobe ou a sensação de segurança da sociedade diminui.

Assinale a opção que apresenta uma proposição que constitui uma negação da proposição.

- a) A qualidade da educação dos jovens não sobe e a sensação de segurança da sociedade não diminui.
- b) A qualidade da educação dos jovens desce ou a sensação de segurança da sociedade aumenta.
- c) A qualidade da educação dos jovens não sobe ou a sensação de segurança da sociedade não diminui.
- d) A qualidade da educação dos jovens sobe e a sensação de segurança da sociedade diminui.
- e) A qualidade da educação dos jovens diminui ou a sensação de segurança da sociedade sobe.

17. (CESPE/MEC/2014) A negação da proposição “O candidato é pós-graduado ou sabe falar inglês” pode ser corretamente expressa por “O candidato não é pós-graduado nem sabe falar inglês”.

18.(CESPE/DETRAN-DF/2009) Considerando que A, B e C sejam proposições, que os símbolos V e \wedge representam os conectivos “ou” e “e”, respectivamente, e que o símbolo \neg denota o modificador negação, julgue o item a seguir.

A proposição $(AVB)\wedge[(\neg A)\wedge(\neg B)]$ é sempre falsa.

19.(CESPE/BNB/2018) Julgue o item que se segue, a respeito de lógica proposicional.

Se P e Q forem proposições simples, então a proposição $\neg[P \vee (\neg Q)] \leftrightarrow [(\neg P) \wedge Q]$ é uma tautologia.

3 – Negação da condicional

20. (CESPE/ANVISA/2016) Julgue o seguinte item, relativo a raciocínio lógico, a princípios de contagem e probabilidade e a operações com conjuntos.

A sentença "Se João tem problemas cardíacos, então ele toma remédios que controlam a pressão." pode ser corretamente negada pela sentença "João tem problemas cardíacos e ele não toma remédios que controlam a pressão".

21.(CESPE/EBSERH/2018) A respeito de lógica proposicional, julgue o item que se segue.

A negação da proposição "Se o fogo for desencadeado por curto-circuito no sistema elétrico, será recomendável iniciar o combate às chamas com extintor à base de espuma." é equivalente à proposição "O fogo foi desencadeado por curto-circuito no sistema elétrico e não será recomendável iniciar o combate às chamas com extintor à base de espuma."

22.(CESPE/MPOG/2015) Considerando a proposição P: "Se João se esforçar o bastante, então João conseguirá o que desejar", julgue o item a seguir.

A negação da proposição P pode ser corretamente expressa por "João não se esforçou o bastante, mas, mesmo assim, conseguiu o que desejava".

23. (CESPE/COGE-CE/2019) P1: Se os recursos foram aplicados em finalidade diversa da prevista ou se a obra foi superfaturada, então a prestação de contas da prefeitura não foi aprovada.

Assinale a opção correspondente à proposição equivalente à negação da proposição P1.

- a) "Os recursos foram aplicados em finalidade diversa da prevista ou a obra foi superfaturada, mas a prestação de contas da prefeitura foi aprovada".
- b) "Os recursos foram aplicados em finalidade diversa da prevista e a obra foi superfaturada, mas a prestação de contas da prefeitura foi aprovada".
- c) "Os recursos não foram aplicados em finalidade diversa da prevista e a obra não foi superfaturada, mas a prestação de contas da prefeitura foi aprovada".
- d) "Se os recursos não foram aplicados em finalidade diversa da prevista e a obra não foi superfaturada, então a prestação de contas da prefeitura foi aprovada".
- e) "Se a prestação de contas da prefeitura foi aprovada, então os recursos não foram aplicados em finalidade diversa da prevista e a obra não foi superfaturada".

24.(CESPE/SEFAZ-RS/2018) Se P , Q e R são proposições simples, então a proposição $\neg[P \rightarrow (Q \rightarrow R)]$ é equivalente a

- a) $(R \rightarrow Q) \rightarrow P$
- b) $(\neg P) \rightarrow [(\neg Q) \rightarrow (\neg R)].$
- c) $(\neg P) \wedge Q \wedge R$
- d) $P \wedge Q \wedge (\neg R).$
- e) $(\neg P) \rightarrow (Q \rightarrow R)$

4 – Outras equivalências e negações

25. (CESPE/TCE-RS/2013) Com base na proposição P: “Quando o cliente vai ao banco solicitar um empréstimo, ou ele aceita as regras ditadas pelo banco, ou ele não obtém o dinheiro”, julgue o item que se segue.

A negação da proposição “Ou o cliente aceita as regras ditadas pelo banco, ou o cliente não obtém o dinheiro” é logicamente equivalente a “O cliente aceita as regras ditadas pelo banco se, e somente se, o cliente não obtém o dinheiro”

26.(CESPE/PC-CE/2012) Considere as proposições:

P1: Se se deixa dominar pela emoção ao tomar decisões, então o policial toma decisões ruins.

P2: Se não tem informações precisas ao tomar decisões, então o policial toma decisões ruins.

A proposição formada pela conjunção de P1 e P2 é logicamente equivalente à proposição "Se se deixa dominar pela emoção ou não tem informações precisas ao tomar decisões, então o policial toma decisões ruins".

27.(CESPE/PRF/2012) Um jovem, visando ganhar um novo smartphone no dia das crianças, apresentou à sua mãe a seguinte argumentação: “Mãe, se tenho 25 anos, moro com você e papai, dou despesas a vocês e dependo de mesada, então eu não ajo como um homem da minha idade. Se estou há 7 anos na faculdade e não tenho capacidade para assumir minhas responsabilidades, então não tenho um mínimo de maturidade. Se não ajo como um homem da minha idade, sou tratado como criança. Se não tenho um mínimo de maturidade, sou tratado como criança. Logo, se sou tratado como criança, mereço ganhar um novo smartphone no dia das crianças”.

Com base nessa argumentação, julgue o item a seguir.

A proposição “Se não ajo como um homem da minha idade, sou tratado como criança, e se não tenho um mínimo de maturidade, sou tratado como criança” é equivalente a “Se não ajo como um homem da minha idade ou não tenho um mínimo de maturidade, sou tratado como criança”

5 - Questões com mais de um item

Texto para as questões 28 e 29

Considerando a proposição P: “Se o servidor gosta do que faz, então o cidadão-cliente fica satisfeito”, julgue os itens a seguir.

28.(CESPE/SEFAZ DF/2020) A proposição P é logicamente equivalente à seguinte proposição: “Se o cidadão-cliente não fica satisfeito, então o servidor não gosta do que faz”.

29.(CESPE/SEFAZ DF/2020) A proposição “O servidor não gosta do que faz, ou o cidadão-cliente não fica satisfeito” é uma maneira correta de negar a proposição P.

Texto para as questões 30 e 31

Considerando a proposição P: “Se João se esforçar o bastante, então João conseguirá o que desejar”, julgue os itens a seguir.

30.(CESPE/MPOG/2015) A proposição “João não se esforça o bastante ou João conseguirá o que desejar” é logicamente equivalente à proposição P.

31.(CESPE/MPOG/2015) A proposição “Se João não conseguiu o que desejava, então João não se esforçou o bastante” é logicamente equivalente à proposição P.

Texto para as questões 32, 33 e 34

Julgue os itens, considerando a proposição P a seguir.

P: “O bom jornalista não faz reportagem em benefício próprio nem deixa de fazer aquela que prejudique seus interesses”.

32.(CESPE/PF/2018) A proposição P é logicamente equivalente à proposição: “Não é verdade que o bom jornalista faça reportagem em benefício próprio ou que deixe de fazer aquela que prejudique seus interesses”.

33.(CESPE/PF/2018) A negação da proposição P está corretamente expressa por: “O bom jornalista faz reportagem em benefício próprio e deixa de fazer aquela que não prejudique seus interesses”.

34.(CESPE/PF/2018) A negação da proposição P está corretamente expressa por: “Se o bom jornalista não faz reportagem em benefício próprio, então ele deixa de fazer aquela reportagem que prejudica seus interesses”.

Texto para as questões 35 e 36

Considere a proposição P a seguir.

P: Se não condenarmos a corrupção por ser imoral ou não a condenarmos por corroer a legitimidade da democracia, a condenaremos por motivos econômicos.

Tendo como referência a proposição apresentada, julgue os itens seguintes.

35.(CESPE/TC-DF/2014) A proposição P é logicamente equivalente à proposição “Se não condenarmos a corrupção por motivos econômicos, a condenaremos por ser imoral e por corroer a legitimidade da democracia”.

36.(CESPE/TC-DF/2014) A proposição P é logicamente equivalente à proposição “Condenaremos a corrupção por ser imoral ou por corroer a legitimidade da democracia ou por motivos econômicos”.

6 – Questões com mais de uma equivalência

37. (CESPE/CBM AL/2017) A respeito de proposições lógicas, julgue o item a seguir.

Considere que P e Q sejam as seguintes proposições:

P: Se a humanidade não diminuir a produção de material plástico ou não encontrar uma solução para o problema do lixo desse material, então o acúmulo de plástico no meio ambiente irá degradar a vida no planeta.

Q: A humanidade diminui a produção de material plástico e encontra uma solução para o problema do lixo desse material ou o acúmulo de plástico no meio ambiente degradará a vida no planeta.

Nesse caso, é correto afirmar que as proposições P e Q são equivalentes.

38.(CESPE/BACEN/2013) P1: O governo quer que a ferrovia seja construída, há necessidade de volumosos investimentos iniciais na construção e não haverá demanda suficiente por sua utilização nos primeiros anos de operação.

A negação da proposição P1 estará corretamente expressa por “O governo não quer que a ferrovia seja construída, não há necessidade de volumosos investimentos iniciais na construção ou haverá demanda suficiente por sua utilização nos primeiros anos de operação”.

39.(CESPE/EMAP/2018) Julgue o item seguinte, relativo à lógica proposicional e de argumentação.

Se P e Q são proposições lógicas simples, então a proposição composta $S = [P \rightarrow Q] \leftrightarrow [QV(\sim P)]$ é uma tautologia, isto é, independentemente dos valores lógicos V ou F atribuídos a P e Q, o valor lógico de S será sempre V

40.(CESPE/PGE-PE/2019) Acerca da lógica sentencial, julgue o item que se segue.

Se P, Q, R e S forem proposições simples, então as proposições $PVR \rightarrow Q \wedge S$ e $(\sim Q)V(\sim S) \rightarrow (\sim P) \wedge (\sim R)$ serão equivalentes

41. (CESPE/SERPRO/2013) Considerando que o símbolo lógico \wedge corresponda à conjunção “e”; V , à disjunção “ou”; \rightarrow , à condicional “se..., então”; \leftrightarrow , à bicondicional “se, e somente se”; \sim corresponda à negação “não”; P, Q e R sejam proposições simples; e S seja a seguinte proposição composta: $[P \wedge \sim(QVR)] \rightarrow [R \wedge (P \leftrightarrow Q)]$, julgue o próximo item.

A negação de S – $\sim S$ – pode ser corretamente expressa por $[\sim PV(QVR)] \wedge [(\sim R)V \sim(P \leftrightarrow Q)]$.

42. (CESPE/TCE-ES/2012) Proposições são sentenças que podem ser julgadas como verdadeiras — V — ou falsas — F —, de forma que um julgamento exclui o outro, e são simbolizadas por letras maiúsculas, como P, Q, R e S. A partir de proposições conhecidas, novas proposições podem ser construídas usando-se símbolos especiais. Alguns desses símbolos são apresentados na tabela abaixo.

símbolo	nome	notação	leitura	valor
~	negação	$\sim P$	não P	contrário ao de P: V, se P for F; ou F, se P for V
\wedge	conjunção	$P \wedge Q$	P e Q	V, se P e Q forem V; caso contrário, será F
\vee	disjunção	$P \vee Q$	P ou Q	F, se P e Q forem F; caso contrário, será V
\rightarrow	condicional	$P \rightarrow Q$	se P, então Q	F, se P for V e Q for F; caso contrário, será V
\leftrightarrow	bicondicional	$P \leftrightarrow Q$	P se, e somente se, Q	V, se P e Q tiverem os mesmos valores; caso contrário, será F

Considerando as definições acima e a proposição $\{(PVQ) \rightarrow [R \wedge (\sim S)]\} \vee [(P \wedge S) \leftrightarrow (Q \wedge R)]$, julgue o item a seguir.

Essa proposição é logicamente equivalente à proposição $\{[(\sim R) \vee S] \rightarrow [(\sim P) \wedge (\sim Q)]\} \vee [(P \wedge S) \leftrightarrow (Q \wedge R)]$.

43. (CESPE/SEFAZ-ES/2010) Considerando os símbolos lógicos \neg (negação), \wedge (conjunção), \vee (disjunção), \rightarrow (condicional) e as proposições

$$S: (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge r) \rightarrow q \vee r$$

e

$$T: ((p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge r)) \wedge (\neg q \wedge \neg r)$$

julgue o item que se segue.

As proposições compostas $\neg S$ e T são equivalentes, ou seja, têm a mesma tabela-verdade, independentemente dos valores lógicos das proposições simples p, q, e r que as constituem.

7 – Álgebra de proposições

44.(CESPE/PF/2018) As proposições P, Q e R a seguir referem-se a um ilícito penal envolvendo João, Carlos, Paulo e Maria:

P: “João e Carlos não são culpados”.

Q: “Paulo não é mentiroso”.

R: “Maria é inocente”.

Considerando que $\sim X$ representa a negação da proposição X, julgue o item a seguir.

Independentemente de quem seja culpado, a proposição $\{P \rightarrow (\sim Q)\} \rightarrow \{QV[(\sim Q)VR]\}$ será sempre verdadeira, isto é, será uma tautologia.

45.(CESPE/PF/2018) As proposições P, Q e R a seguir referem-se a um ilícito penal envolvendo João, Carlos, Paulo e Maria:

P: “João e Carlos não são culpados”.

Q: “Paulo não é mentiroso”.

R: “Maria é inocente”.

Considerando que $\sim X$ representa a negação da proposição X, julgue o item a seguir.

As proposições $P \wedge (\sim Q) \rightarrow (\sim R)$ e $R \rightarrow [Q \wedge (\sim P)]$ são equivalentes.

46.(CESPE/TRE-GO/2015)

Q: Se L for um número natural divisível por 3 e por 5, então L será divisível por 15.

Julgue o item que se segue, acerca de lógica proposicional.

Se L for um número natural e se U, V e W forem as seguintes proposições:

U: “é divisível por 3”;

V: “é divisível por 5”;

W: “é divisível por 15”;

então a proposição $\neg Q$, a negação de Q, poderá ser corretamente expressa por $U \wedge V \wedge (\neg W)$.

47.(CESPE/TJ SE/2014) Julgue o próximo item, considerando os conectivos lógicos usuais \neg , \wedge , \vee , \rightarrow , \leftrightarrow e que P, Q e R representam proposições lógicas simples.

A proposição $[P \rightarrow (Q \wedge R)] \leftrightarrow \{[(\neg P)VQ] \wedge [(\neg P)VR]\}$ é uma tautologia.

48.(CESPE/AFT/2013)

P	Q	R	S
V	V	V	
V	V	F	
V	F	V	
V	F	F	
F	V	V	
F	V	F	
F	F	V	
F	F	F	

A tabela acima corresponde ao início da construção da tabela-verdade da proposição S, composta das proposições simples P, Q e R. Julgue o item seguinte a respeito da tabela-verdade de S.

Se $S = (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$, então a última coluna da tabela-verdade de S conterá, de cima para baixo e na ordem em que aparecem, os seguintes elementos: V, F, V, V, F, V, F e F.

49.(CESPE/STJ/2018) Considere as proposições P e Q a seguir.

P: Todo processo que tramita no tribunal A ou é enviado para tramitar no tribunal B ou no tribunal C.

Q: Todo processo que tramita no tribunal C é enviado para tramitar no tribunal B.

A partir dessas proposições, julgue o item seguinte.

A proposição $\neg P \rightarrow (P \rightarrow Q)$, em que $\neg P$ denota a negação da proposição P, é uma tautologia, isto é, todos os elementos de sua tabela-verdade são V (verdadeiro).

50.(CESPE/CADE/2014) Considerando os conectivos lógicos usuais e que as letras maiúsculas representem proposições lógicas simples, julgue o item seguinte acerca da lógica proposicional.

A proposição $[(P \vee Q) \wedge (R \vee S)] \leftrightarrow [Q \wedge (R \vee S)] \vee [(P \wedge R) \vee (P \wedge S)]$ é uma tautologia.

GABARITO

- | | | |
|--------------------|--------------------|-------------------|
| 1. CERTO | 21. CERTO | 41. ERRADO |
| 2. ERRADO | 22. ERRADO | 42. CERTO |
| 3. ERRADO | 23. LETRA A | 43. CERTO |
| 4. ERRADO | 24. LETRA D | 44. CERTO |
| 5. CERTO | 25. CERTO | 45. ERRADO |
| 6. ERRADO | 26. CERTO | 46. CERTO |
| 7. ERRADO | 27. CERTO | 47. CERTO |
| 8. CERTO | 28. CERTO | 48. ERRADO |
| 9. CERTO | 29. ERRADO | 49. CERTO |
| 10. CERTO | 30. CERTO | 50. CERTO |
| 11. CERTO | 31. CERTO | |
| 12. ERRADO | 32. CERTO | |
| 13. LETRA A | 33. ERRADO | |
| 14. LETRA D | 34. CERTO | |
| 15. CERTO | 35. CERTO | |
| 16. LETRA A | 36. ERRADO | |
| 17. CERTO | 37. CERTO | |
| 18. CERTO | 38. CERTO | |
| 19. CERTO | 39. CERTO | |
| 20. CERTO | 40. CERTO | |