

MÉDIA ARITMÉTICA SIMPLES

A média aritmética de um conjunto de dados é definida como o **quociente entre a soma de todos os elementos e o número deles**.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

A propriedade principal da média é preservar a soma dos elementos de um conjunto de dados.

A soma total de um conjunto de dados é calculada pela multiplicação entre a média do conjunto e a quantidade de elementos nele existentes. Trata-se da mesma fórmula apresentada anteriormente, tendo apenas o termo "n" passado para o outro lado da igualdade, multiplicando a média.

$$\bar{x} = \frac{\textit{soma}}{n} \Rightarrow \textit{soma} = n \times \bar{x}$$

Propriedades da Média Aritmética

1ª Propriedade: Dado um conjunto com $n \geq 1$ elementos, a média aritmética sempre existirá e será única.

2ª Propriedade: A média aritmética \bar{x} de um conjunto de dados satisfaz a expressão $m \leq \bar{x} \leq M$, em que m e M são, respectivamente, os elementos que representam o valor mínimo e o valor máximo desse conjunto.

$$\textit{mínimo} \leq \bar{x} \leq \textit{Máximo}$$

3ª Propriedade: Somando-se (ou subtraindo-se) uma constante c de todos os valores de uma variável, a média do conjunto fica aumentada (ou diminuída) dessa constante.

$$\bar{y} = \bar{x} + c \quad \text{ou} \quad \bar{y} = \bar{x} - c$$

4ª Propriedade: Multiplicando-se (ou dividindo-se) uma constante c de todos os valores de uma variável, a média do conjunto fica multiplicada (ou dividida) por esta constante.

$$\bar{y} = \bar{x} \times c \quad \text{ou} \quad \bar{y} = \bar{x} \div c$$

5ª Propriedade: A soma algébrica dos desvios em relação à média é nula.

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$$

6ª Propriedade: A soma dos quadrados dos desvios da sequência de números $\{x_i\}$, em relação a um número a , é mínima se a for a média aritmética dos números.

$$\sum_{i=1}^n (x_i - a)^2 \geq \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

MÉDIA PONDERADA

A média ponderada é a média de um conjunto cujos valores possuem pesos variados. Ela é calculada pela igualdade a seguir, em que p é o peso de cada valor de x :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i \times p_i)}{\sum_{i=1}^n p_i}$$

Observe que no numerador cada valor será multiplicado pelo seu respectivo peso, enquanto no denominador teremos a soma de todos os pesos.

MÉDIA PARA DADOS AGRUPADOS

Média para Dados Agrupados por Valor

A média para dados agrupados por valor é calculada pela seguinte fórmula:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i \times f_i)}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

O raciocínio é exatamente o mesmo adotado para a média ponderada, sendo que, agora, o peso é representado pela frequência. Desse modo, multiplicamos cada valor por sua respectiva frequência, somamos tudo e dividimos pela soma das frequências.

Média para Dados Agrupados por Classe

A diferença em relação ao cálculo anterior consiste na substituição dos intervalos pelos seus respectivos **pontos médios**. O **ponto médio (PM)** é calculado pela média dos dois extremos do intervalo, pela seguinte expressão:

$$PM = \frac{l_{inf} + l_{sup}}{2}$$

A média para dados agrupados por classe é calculada pela seguinte fórmula:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n (PM_i \times f_i)}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

MÉDIA GEOMÉTRICA

A média geométrica é definida como a raiz n -ésima do produto de n elementos de um conjunto de dados:

$$G = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \dots \times x_n}$$

A propriedade principal dessa média é preservar o produto dos elementos de um conjunto de dados.

Somente definimos a média geométrica para números não-negativos.

MÉDIA HARMÔNICA

A média harmônica é definida como o inverso da média aritmética dos inversos:

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

A propriedade principal dessa média é preservar a soma dos inversos dos elementos de um conjunto de números.

Somente definimos a média geométrica para números não-negativos.

DESIGUALDADE DAS MÉDIAS

A média aritmética (\bar{x}) é sempre maior ou igual a média geométrica (G) que, por seu turno, é sempre maior ou igual a harmônica (H).

$$\bar{x} \geq G \geq H$$

A igualdade ocorre quando os números da lista são todos iguais.