Oi, pessoal!!

Aqui quem vos fala é o professor Guilherme Neves.

Vamos resolver a prova de Estatística Aplicada do concurso da SEFAZ-BA (Administração Tributária).

Para **tirar dúvidas** e ter **acesso a dicas e conteúdos gratuitos**, acesse minhas redes sociais:
Instagram - @profguilhermeneves
https://www.instagram.com/profguilhermeneves

Canal do YouTube – Prof. Guilherme Neves
https://youtu.be/gqab047D9l4

E-mail: profguilhermeneves@gmail.com

QUESTÕES COMENTADAS

26. (FCC 2019/SEFAZ-BA)

Uma variável aleatória X representa o número de contribuintes que chega a cada hora para ser atendido em um órgão público. Supõe-se que X tem distribuição de Poisson, com parâmetro λ, ou seja, $P(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$, sendo e a base do logaritmo $(\ln)$ tal que $\ln(e) = 1$. Se $P(x = 2) = P(x = 3)$, então a probabilidade de que menos de 3 contribuintes cheguem em 1 hora é

a) 57,5%.

b) 37,5%.

c) 30,0%.

d) 42,5%.

e) 22,5%.

Resolução

Sabemos que $P(x = 2) = P(x = 3)$.

Logo,

$$\frac{\lambda^2 e^{-\lambda}}{2!} = \frac{\lambda^3 e^{-\lambda}}{3!}$$

Podemos cortar $e^{-\lambda}$.

Além disso, vamos escrever $\lambda^2 = \lambda \cdot \lambda$ e $\lambda^3 = \lambda \cdot \lambda \cdot \lambda$.

$$\frac{\lambda \cdot \lambda}{2} = \frac{\lambda \cdot \lambda \cdot \lambda}{6}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{\lambda}{6}$$

$$2\lambda = 6$$

$$\lambda = 3$$

Queremos calcular a probabilidade de que menos de 3 contribuintes cheguem em 1 hora.

$$P(x < 3) = ?$$

Ora, essa probabilidade corresponde a $P(x=0)+P(x=1)+P(x=2)$. Logo,

$$P(x=0)+P(x=1)+P(x=2)=?$$

Vamos aplicar a fórmula de Poisson com $\lambda=3$ e $x=0{,}1\ e\ 2$.

$$=\frac{3^0e^{-3}}{0!}+\frac{3^1e^{-3}}{1!}+\frac{3^2e^{-3}}{2!}$$

$$=e^{-3}+3e^{-3}+4{,}5e^{-3}$$

$$=8{,}5\times e^{-3}$$

$$=8{,}5\times 0{,}05=0{,}425=42{,}5\%$$

Gabarito: D

---

27. (FCC 2019/SEFAZ-BA)

Considere a distribuição dos salários, em R$ 1.000,00, dos funcionários lotados em uma repartição pública, representada abaixo pela tabela de frequências relativas acumuladas, sendo k a frequência relativa acumulada do 4º intervalo de classe.

Classes de Salários	Frequência relativa acumulada (%)
1 – 3	5
3 – 5	15
5 – 7	40
7 – 9	k
9 – 11	100

Sabe-se que a média aritmética (Me) foi calculada considerando que todos os valores incluídos num certo intervalo de classe são coincidentes com o ponto médio desse intervalo, que a mediana (Md) foi calculada pelo método da interpolação linear e que a moda (Mo) foi obtida pela relação de Pearson, ou seja, $M_o=3M_d-2M_e$. Dado que $Me=7.200{,}00$, então Mo é igual a

a) R$ 8.100,00

b) R$ 7.400,00

c) R$ 7.350,00

d) R$ 8.500,00

e) R$ 7.700,00

Resolução

Sem perda de generalidade, vamos supor que $n = 100$.

Vamos construir a coluna das frequências absolutas. Para tanto, basta subtrair uma frequência acumulada de uma classe da frequência acumulada.

Suponha que a frequência absoluta da quarta classe seja igual a f.

Classes de Salários	Frequência relativa acumulada (%)	f_i
1 – 3	5	5
3 – 5	15	15 – 5 = 10
5 – 7	40	40 – 15 = 25
7 – 9	k	f
9 – 11	100	

O total de observações é 100. Até a quarta classe, já temos $5 + 10 + 25 + f = 40 + f$. Assim, a frequência absoluta da última classe é igual a $100 - (40 + f) = 60 - f$.

Classes de Salários	Frequência relativa acumulada (%)	f_i
1 – 3	5	5
3 – 5	15	10
5 – 7	40	25
7 – 9	k	f
9 – 11	100	$60 - f$

Para calcular a média, devemos multiplicar cada ponto médio pelas respectivas frequências.

Classes de Salários	Frequência relativa acumulada (%)	f_i	x_i	$x_i f_i$
1 – 3	5	5	2	10
3 – 5	15	10	4	40
5 – 7	40	25	6	150
7 – 9	k	f	8	$8f$
9 – 11	100	$60 - f$	10	$600 - 10f$

O enunciado informou que a média é igual a 7.200. Como estamos trabalhando em milhares, então vamos considerar que a média é igual a 7,2.

A média é a

$$\frac{10 + 40 + 150 + 8f + 600 - 10f}{100} = 7{,}2$$

$$\frac{800 - 2f}{100} = 7{,}2$$

$$800 - 2f = 720$$

$$2f = 80$$

$$f = 40$$

Assim, a frequência absoluta da quarta classe é $f = 40$ e a frequência da última classe é $60 - 40 = 20$.

Classes de Salários	Frequência relativa acumulada (%)	f_i
1 – 3	5	5
3 – 5	15	10
5 – 7	40	25
7 – 9	80	40
9 – 11	100	20

Vamos calcular a mediana. Para tanto, precisamos obter $n/2$.

$$\frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

Para descobrir a classe mediana, precisamos procurar a primeira frequência acumulada que é maior do que n/2 = 50.

Assim, a classe mediana é a quarta classe. Vamos aplicar a fórmula da mediana.

$$M_d = l_i + \left[\frac{\frac{n}{2} - fac_{ant}}{f_i}\right] \cdot h$$

$$M_d = 7 + \frac{50 - 40}{40} \cdot 2$$

$$M_d = 7{,}5$$

Como a tabela foi dada em milhares, então $M_d = R\$\ 7.500{,}00$.

Vamos calcular a moda de Pearson.

$$M_o = 3M_d - 2M_e$$

$$M_o = 3 \times 7.500 - 2 \times 7.200$$

$$M_o = 8.100$$

Gabarito: A

28. (FCC 2019/SEFAZ-BA)

Uma sala contém 20 homens e 30 mulheres em que todos são funcionários de uma empresa. Verifica-se que metade desses homens e metade dessas mulheres possuem nível superior. Escolhendo aleatoriamente uma pessoa dessa sala para realizar uma tarefa, a probabilidade de ela ser mulher ou possuir nível superior é igual a

a) 3/4

b) 4/5

c) 2/3

d) 3/10

e) 5/6

Resolução

Vamos fazer uma tabelinha para organizar os dados. Sabemos que 10 homens têm nível superior, 10 homens não têm nível superior, 15 mulheres têm nível superior e 15 mulheres não têm nível superior.

	Nível Superior	Não têm Nível Superior	Total
Homens	10	10	20
Mulheres	15	15	30
Total	25	25	50

Não nos interessam os 10 homens sem nível superior.

Assim, são casos favoráveis:

- Todas as mulheres (com ou sem nível superior) = 30
- Homens com nível superior = 10

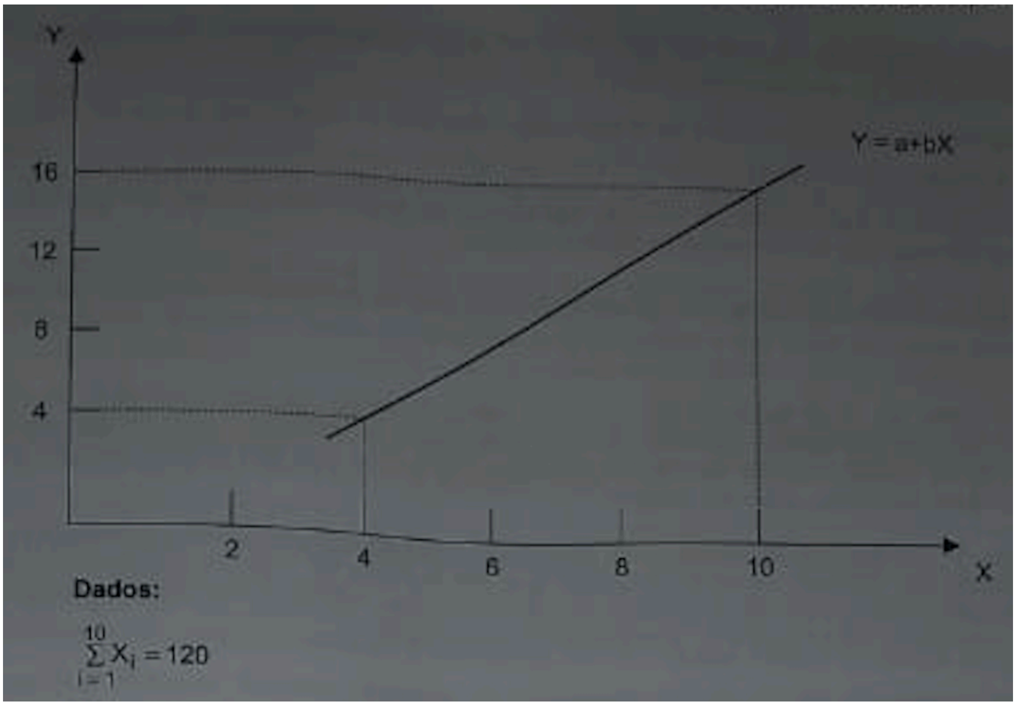
Assim, há 30 + 10 = 40 casos favoráveis em um total de 50 pessoas. Assim, a probabilidade pedida é

$$\frac{40}{50} = \frac{4}{5}$$

Gabarito: B

29. (FCC 2019/SEFAZ-BA)

Em uma determinada indústria, foi efetuada uma pesquisa a respeito da possível relação entre o número de horas trabalhadas (X), com $X \geq 2$, e as quantidades produzidas de um produto (Y). Com base em 10 pares de observações (X_i, Y_i) e considerando o gráfico de dispersão correspondente, optou-se por utilizar o modelo linear $Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i$, com i representando a i-ésima observação, ou seja, i = 1, 2, 3, ..., 10. Os parâmetros α e β são desconhecidos e as suas estimativas (a e b, respectivamente) foram obtidas pelo método dos mínimos quadrados. Observação: ε_i é o erro aleatório com as respectivas hipóteses do modelo de regressão linear simples. Considere o gráfico abaixo, construído utilizando os valores encontrados para as estimativas de α e β.



A previsão da quantidade produzida será igual ao dobro da média verificada das 10 observações Y_i quando o número de horas trabalhadas for igual a

a) 18

b) 12

c) 20

d) 24

e) 22

Resolução

A reta tem equação $y = a + bx$. Sabemos que a reta passa pelos pontos $(4{,}4)$ e $(10{,}16)$.

Tendo os dois pontos, podemos rapidamente calcular o coeficiente angular b da reta.

$$b = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{16 - 4}{10 - 4} = \frac{12}{6} = 2$$

Assim, a equação da reta é $y = a + 2x$.

Podemos agora qualquer um dos pontos dados para calcular o coeficiente a.

Sabemos que a reta passa pelo ponto $(4{,}4)$. Assim, $y = 4$ para $x = 4$.

$$4 = a + 2 \cdot 4$$

$$a = -4$$

Assim, a equação da reta é $y = -4 + 2x$.

A questão forneceu o valor $\sum X_i = 120$. Assim, a média de x é:

$$\overline{x} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{120}{10} = 12$$

Vamos calcular a média de y. Lembre-se que a reta de mínimos quadrados passa pelo ponto $(\overline{x}, \overline{y})$. Logo,

$$\overline{y} = -4 + 2\overline{x}$$

$$\overline{y} = -4 + 2 \cdot 12 = 20$$

Queremos que o valor de Y seja o dobro dessa média, ou seja, queremos que $y = 40$. Vamos calcular o valor correspondente de x.

$$y = -4 + 2x$$

$$40 = -4 + 2x$$

$$44 = 2x$$

$$x = 22$$

Gabarito: E

---

30. (FCC 2019/SEFAZ-BA)

Um curso de treinamento é ministrado para os profissionais de determinado ramo de atividade. A população das notas de avaliação no curso, que é considerada de tamanho infinito e normalmente distribuída, apresenta uma média μ igual a 7 e variância σ^2 igual a 4. Acredita-se que mediante um processo de aperfeiçoamento no curso, essa média tenha sido aumentada. Para analisar a eficácia desse processo foi extraída uma amostra aleatória de tamanho 64 da população após o processo de aperfeiçoamento e foram formuladas as hipóteses $H_0: \mu = 7$ (hipótese nula) e $H_1: \mu > 7$

(hipótese alternativa). O valor encontrado para a média amostral $(\overline{x})$ foi o maior valor tal que, ao nível de significância de 5%, H_0 não foi rejeitada. Tem-se que $\overline{x}$ é igual a

Dados: Valores das probabilidades $P(Z \leq z)$ da curva normal padrão Z.

z	1,00	1,28	1,64	1,96
$P(Z \leq z)$	0,840	0,900	0,950	0,975

a) 7,24

b) 6,59

c) 7,41

d) 7,21

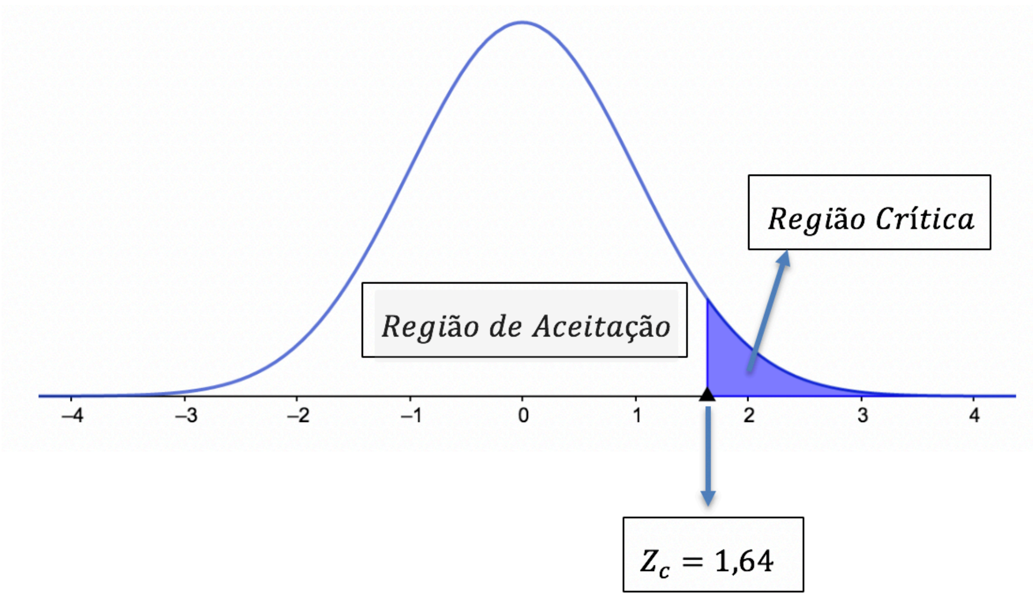
e) 7,32

Resolução

O teste é unilateral. Observe que a hipótese alternativa indica que $\mu > 7$. Logo, a região crítica ficará na cauda da direita.

Como o nível de significância é igual a 5%, então a área da região crítica é igual a 5%.

O problema indica que $P(Z \leq 1{,}64) = 95\%$. Logo, $P(Z > 1{,}64) = 5\%$. Portanto, o valor crítico é 1,64.



Como $\overline{x}$ foi o maior valor tal que H_0 não foi rejeitada, então a estatística teste é igual a 1,64, que é o maior valor na região de aceitação.

$$Z_{teste} = 1{,}64$$

$$\frac{\overline{x}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}=1{,}64$$

A média μ é dada pela hipótese nula, ou seja, $\mu = 7$.

A variância é igual a 4. Logo, o desvio padrão é igual a 2.

$$\frac{\overline{x}-7}{\frac{2}{\sqrt{64}}}=1{,}64$$

$$\frac{\overline{x}-7}{\frac{2}{8}}=1{,}64$$

$$\overline{x}-7=\frac{2}{8}\times 1{,}64$$

$$\overline{x}-7=0{,}41$$

$$\overline{x}=7{,}41$$

Gabarito: C
