Oi, pessoal!!

Aqui quem vos fala é o professor Guilherme Neves.

Vamos resolver a prova de Estatística do concurso da SEFAZ-BA.

Para **tirar dúvidas** e ter **acesso a dicas e conteúdos gratuitos**, acesse minhas redes sociais:
Instagram - @profguilhermeneves
https://www.instagram.com/profguilhermeneves

Canal do YouTube – Prof. Guilherme Neves
https://youtu.be/gqab047D9l4

E-mail: profguilhermeneves@gmail.com

QUESTÕES COMENTADAS

51. (FCC 2019/SEFAZ-BA)

Os números de autos de infração lavrados pelos agentes de um setor de um órgão público, durante 10 meses, foram registrados mensalmente conforme a tabela abaixo.

Mês	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	Total
Número de Autos	7	5	4	6	6	5	5	7	6	5	56

Verifica-se que, nesse período, o valor da soma da média aritmética (número de autos por mês) com a mediana é igual ao valor da moda multiplicado por

a) 2,12.

b) 2,52.

c) 2,22.

d) 2,42.

e) 2,32.

Resolução

O problema já forneceu a soma dos valores, que é 56. Como são 10 números, então a média é igual a

$$\overline{x} = \frac{56}{10} = 5{,}6$$

A moda é o termo que tem maior frequência, ou seja, é o termo que mais aparece. O termo que mais aparece é 5. Logo,

$$M_o = 5$$

Para determinar a mediana, precisamos colocar os termos em ordem crescente.

$$4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7$$

Como são 10 termos (número par de termos), então a mediana será a média dos dois termos centrais. Os termos centrais são os termos de ordem $\frac{n}{2} = \frac{10}{2} = 5$ e o seguinte a ele, ou seja, o termo de ordem 6 (a mediana será a média entre o quinto e o sexto termo).

$$4, 5, 5, 5, \underbrace{5, 6}_{\substack{termos \\ centrais}}, 6, 6, 7, 7$$

$$M_d = \frac{5+6}{2} = 5{,}5$$

A soma da média aritmética com a mediana é igual a:

$$5{,}6 + 5{,}5 = 11{,}1$$

Vamos dividir esse número pela moda.

$$\frac{11{,}1}{M_o} = \frac{11{,}1}{5} = 2{,}22$$

Logo,

$$11{,}1 = 2{,}22 \times M_o$$

Gabarito: C

---

52. (FCC 2019/SEFAZ-BA)

Para obter um intervalo de confiança de 90% para a média μ de uma população normalmente distribuída, de tamanho infinito e variância desconhecida, extraiu-se uma amostra aleatória de tamanho 9 dessa população, obtendo-se uma média amostral igual a 15 e variância igual a 16. Considerou-se a distribuição t de Student para o teste unicaudal tal que a probabilidade $P(t \geq t_{0,05}) = 0{,}05$, com n graus de liberdade. Com base nos dados da amostra, esse intervalo é igual a

Dados:

n	7	8	9	10	11
$t_{0,05}$	1,90	1,86	1,83	1,81	1,80

a) $(12{,}59\ ;17{,}41)$

b) $(12{,}52\ ;17{,}48)$

c) $(12{,}56\ ;17{,}44)$

d) $(13{,}76\ ;16{,}24)$

e) $(12{,}47\ ;17{,}53)$

Resolução

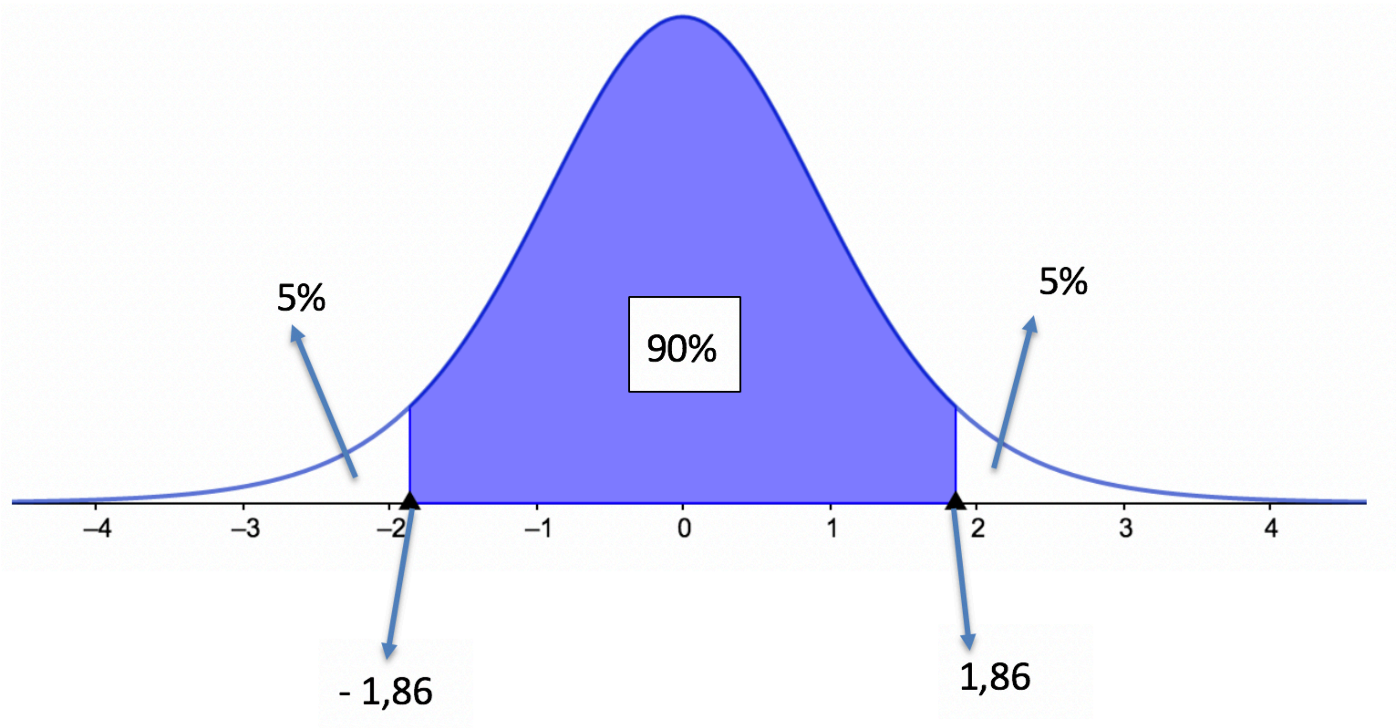
Como a amostra é de tamanho 9, então devemos consultar a tabela para $n - 1 = 9 - 1 = 8$ graus de liberdade.

O problema informa que, para 8 graus de liberdade, $P(t > 1{,}86) = 0{,}05 = 5\%$.

Como a distribuição t é simétrica em relação a 0, então $P(t < -1{,}86) = 5\%$.

Consequentemente, $P(-1{,}86 < t < 1{,}86) = 100\% - 5\% - 5\% = 90\%$.

Observe:



Assim, o valor de t_0 para 90% de confiança é 1,86.

Vamos calcular os limites do intervalo pedido.

$$\overline{x} \pm t_0 \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Na fórmula acima, n é o tamanho da amostra (não confunda o enunciado, em que n é o número de graus de liberdade).

Como a variância é 16, então o desvio padrão é $\sqrt{16} = 4$.

$$15 \pm 1{,}86 \cdot \frac{4}{\sqrt{9}}$$

$$15 \pm 2{,}48$$

$$(12{,}52\, ;\, 17{,}48)$$

Gabarito: B

53. (FCC 2019/SEFAZ-BA)

O coeficiente de variação de Pearson correspondente a uma população P_1 com média aritmética igual a 20 e tamanho 20 é igual a 30%. Decide-se excluir de P_1, em um determinado momento, dois elementos iguais a 11 cada um, formando uma nova população P_2. A variância relativa de P_2 é igual a

a) 8/49.

b) 4/441.

c) 10/147.

d) 4/49.

e) 16/147.

Resolução

O coeficiente de variação de Pearson é a razão entre o desvio padrão e a média.

$$CV_{P_1} = \frac{\sigma_1}{\overline{X_1}}$$

$$0{,}30 = \frac{\sigma_1}{20}$$

$$\sigma_1 = 20 \times 0{,}3 = 6$$

Logo, a variância de P_1 é:

$$\sigma_1^2 = 6^2 = 36$$

A variância é a média dos quadrados menos o quadrado da média.

$$\sigma_1^2 = \overline{X_1^2} - \left(\overline{X_1}\right)^2$$

$$36 = \overline{X_1^2} - 20^2$$

$$\overline{X_1^2} = 436$$

Com isso podemos calcular a soma dos termos e também a soma dos quadrados. Observe:

$$\overline{X_1} = \frac{\sum X_i}{20}$$

$$\sum_{i=1}^{20} X_i = 20 \cdot \overline{X_1} = 20 \cdot 20 = 400$$

Da mesma forma, temos:

$$\overline{X_1^2} = \frac{\sum X_i^2}{20}$$

$$\sum_{i=1}^{20} X_i^2 = 20 \cdot \overline{X_1^2} = 20 \cdot 436 = 8.720$$

O problema diz que dois elementos iguais a 11 serão retirados. Assim, as novas somas serão iguais a:

$$\sum_{i=1}^{18} X_i = 400 - 11 - 11 = 378$$

$$\sum_{i=1}^{18} X_i^2 = 8.720 - 11^2 - 11^2 = 8.478$$

Logo, as novas médias são iguais a:

$$\overline{X_2} = \frac{\sum X_i}{18} = \frac{378}{18} = 21$$

$$\overline{X_2^2} = \frac{\sum X_i^2}{18} = \frac{8.478}{18} = 471$$

Com esses dados, podemos calcular a nova variância absoluta.

$$\sigma_2^2 = \overline{X_2^2} - \left(\overline{X_2}\right)^2$$

$$\sigma_2^2 = 471 - 21^2$$

$$\sigma_2^2 = 30$$

A variância relativa é a razão entre a variância e o quadrado da média.

$$VR_{P_2} = \frac{\sigma_2^2}{\left(\overline{X_2}\right)^2} = \frac{30}{21^2} = \frac{30}{441}$$

Simplificando por 3, temos:

$$VR_{P_2} = \frac{10}{147}$$

Gabarito: C

---

54. (FCC 2019/SEFAZ-BA)

Um instituto de pesquisa foi contratado para realizar um censo em uma cidade com somente dois clubes (Alfa e Beta). Verificou-se que, com relação a essa cidade, o número de habitantes que são sócios de Alfa é igual a 3/4 do número de habitantes que são sócios de Beta. Sabe-se ainda que, dos habitantes desta cidade, 8% são sócios dos dois clubes e 24% não são sócios de qualquer clube. Escolhendo aleatoriamente um habitante dessa cidade, tem-se que a probabilidade de ele ser sócio somente do clube Alfa é

a) 28%.

b) 34%.

c) 30%.

d) 32%.

e) 20%.

Resolução

Como 24% não são sócios de qualquer clube, então $P(\alpha \cup \beta) = 100\% - 24\% = 76\%$.

Sabemos que $P(\alpha) = \frac{3}{4} \cdot P(\beta)$.

Vamos aplicar a fórmula da probabilidade da união de dois eventos.

$$P(\alpha \cup \beta) = P(\alpha) + P(\beta) - P(\alpha \cap \beta)$$

$$76\% = \frac{3}{4} \cdot P(\beta) + P(\beta) - 8\%$$

$$84\% = \frac{3}{4} \cdot P(\beta) + P(\beta)$$

Vamos multiplicar todos os termos por 4.

$$336\% = 3P(\beta) + 4P(\beta)$$

$$336\% = 7P(\beta)$$

$$P(\beta) = 48\%$$

Logo,

$$P(\alpha) = \frac{3}{4} \cdot P(\beta)$$

$$P(\alpha) = \frac{3}{4} \cdot 48\%$$

$$P(\alpha) = 36\%$$

Como queremos calcular a probabilidade de o habitante ser sócio SOMENTE do clube Alfa, devemos excluir do número acima os habitantes que são sócios dos dois clubes.

$$P(Ser\ sócio\ apenas\ de\ Alfa) = 36\% - 8\% = 28\%$$

Gabarito: A

---

55. (FCC 2019/SEFAZ-BA)

Durante um período de tempo, registrou-se em uma fábrica a quantidade diária de óleo (Q) em litros consumida para a produção de um produto. Concluiu-se que a população formada por estas quantidades é normalmente distribuída com média igual a 50 litros por dia. Sabe-se que 5% dos valores destas quantidades são inferiores a 41,8 litros e 90% possuem um valor de no máximo x litros. O valor de x é igual a

Dados: Valores das probabilidades $P(Z \leq z)$ da curva normal padrão Z.

z	1,00	1,28	1,64	1,96
$P(Z \leq z)$	0,840	0,900	0,950	0,975

a) 57,3.

b) 54,2.

c) 58,2.

d) 56,4.

e) 59,8.

Resolução

A quantidade diária de óleo (Q) em litros tem distribuição normal com média $\mu = 50\ litros$ por dia.

Sabemos que 5% dos valores dessas quantidades são inferiores a 41,8.

$$P(Q < 41{,}8) = 5\%$$

A tabela dada indica que $P(Z \leq 1{,}64) = 0{,}95$. Logo, $P(Z > 1{,}64) = 5\%$.

Como a distribuição normal padrão é simétrica em relação a zero, então $P(Z < -1{,}64) = 5\%$.

Assim, $Q = 41{,}8$ corresponde a $Z = -1{,}64$, pois esses números delimitam a mesma área sob a curva normal.

Para transformar Q na distribuição normal padrão Z, devemos subtrair a sua média e dividir pelo seu desvio padrão.

$$\frac{Q - \mu}{\sigma} = Z$$

$$\frac{41{,}8 - 50}{\sigma} = -1{,}64$$

$$-1{,}64\sigma = -8{,}2$$

$$\sigma = 5$$

A questão indica que 90% da distribuição Q possuem valores de no máximo x litros.

$$P(Q \leq x) = 90\%$$

A tabela indica que $P(Z \leq 1{,}28) = 90\%$.

Assim, $Q = x$ corresponde a $Z = 1{,}28$, pois esses números delimitam a mesma área sob a curva normal.

Para transformar Q na distribuição normal padrão Z, devemos subtrair a sua média e dividir pelo seu desvio padrão.

$$\frac{Q - \mu}{\sigma} = Z$$

$$\frac{x - 50}{5} = 1{,}28$$

$$x - 50 = 6{,}4$$

$$x = 56{,}4$$

Gabarito: D

---

56. (FCC 2019/SEFAZ-BA)

A taxa de desvalorização de uma moeda em um país foi de 20% em determinado período. Isso significa que, se no início desse período o preço de um bem era de 200 unidades monetárias (u.m.) e no final do período ele foi corrigido pela respectiva taxa de inflação, então seu preço passou a ser de:

a) 300 u.m.

b) 280 u.m.

c) 240 u.m.

d) 225 u.m.

e) 250 u.m.

Resolução

A moeda desvalorizou 20%. Assim, cada unidade monetária 1u.m agora vale apenas 80%, ou seja, 0,8u.m..

Podemos fazer uma regra de três.

Valor da moeda	Preço do produto
1	200
0,8	x

Como a moeda desvalorizou, a inflação aumentará o preço do produto. Como uma grandeza diminuiu enquanto a outra aumentou, elas são inversamente proporcionais.

$$\frac{200}{x} = \frac{0,8}{1}$$

$$0,8x = 200$$

$$x = \frac{200}{0,8} = 250$$

Gabarito: E

---

57. (FCC 2019/SEFAZ-BA)

Acredita-se que a probabilidade (p) de ocorrência de um determinado evento em 1 dia seja igual a 50%. Para averiguar se essa informação é correta, foi extraída uma amostra aleatória de 10 dias de um levantamento e foram formuladas as hipóteses $H_0: p = 0,5$ (hipótese nula) e $H_1: p \neq 0,5$ (hipótese alternativa). A regra estabelecida foi rejeitar H_0 caso na amostra tenha se verificado um número de dias n tal que $n < 2\ ou\ n > 8$. A probabilidade de se cometer um erro tipo I é igual a

a) 5/512

b) 1/512

c) 21/1.024

d) 5/256

e) 11/512

Resolução

O erro tipo I ocorre quando rejeitamos H_0 quando H_0 é verdade. Assim, queremos calcular a probabilidade de rejeitarmos H_0 dado que $p = 0,5$. A probabilidade de se cometer um erro tipo I é denominada "nível de significância" do teste e é indicada pela letra grega α.

$$\alpha = P(erro\ tipo\ I)$$

$$\alpha = P(rejeitar\ H_0 \mid p = 0{,}5)$$

Devemos rejeitar H_0 caso na amostra tenha se verificado um número de dias n tal que $n < 2\ ou\ n > 8$.

$$\alpha = P(n < 2\ ou\ n > 8\ \mid p = 0{,}5)$$

Como a amostra foi de 10 dias, então:

$$\alpha = P(n = 0) + P(n = 1) + P(n = 9) + P(n = 10)$$

Vamos aplicar o teorema binomial 4 vezes, lembrando que o tamanho da amostra é 10 e que $p = q = 0{,}5$.

$$\alpha = \binom{10}{0} p^0 q^{10} + \binom{10}{1} p^1 q^9 + \binom{10}{9} p^9 q^1 + \binom{10}{10} p^{10} q^0$$

Como $p = q = 0{,}5$, então $p^0 q^{10} = p^1 q^9 = p^9 q^1 = p^{10} q^0 = 0{,}5^{10} = \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$

Logo,

$$\alpha = \underbrace{\binom{10}{0}}_{1} \underbrace{p^0 q^{10}}_{\left(\frac{1}{2}\right)^{10}} + \underbrace{\binom{10}{1}}_{10} \underbrace{p^1 q^9}_{\left(\frac{1}{2}\right)^{10}} + \underbrace{\binom{10}{9}}_{10} \underbrace{p^9 q^1}_{\left(\frac{1}{2}\right)^{10}} + \underbrace{\binom{10}{10}}_{1} \underbrace{p^{10} q^0}_{\left(\frac{1}{2}\right)^{10}}$$

$$\alpha = \left(\frac{1}{2}\right)^{10} + 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{10} + 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{10} + \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$$

$$\alpha = \frac{1}{1.024} + \frac{10}{1.024} + \frac{10}{1.024} + \frac{1}{1.024} = \frac{22}{1.024}$$

$$\alpha = \frac{11}{512}$$

Gabarito: E