Oi, pessoal!!

Aqui quem vos fala é o professor Guilherme Neves.

Vamos resolver a prova de Raciocínio Lógico do concurso para Auditor Fiscal de Petrolina.



Para tirar dúvidas e ter acesso a dicas e conteúdos gratuitos, acesse minhas redes sociais:

Instagram - @profguilhermeneves

https://www.instagram.com/profguilhermeneves

Canal do YouTube - Prof. Guilherme Neves

https://youtu.be/gqab047D9l4

E-mail: profguilhermeneves@gmail.com



### 11. (IAUPE 2019/ISS Petrolina)

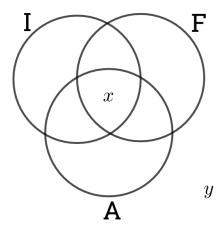
Entre 100 pessoas para uma vaga de estágio, constatou-se que dentre estas, 70 são fluentes em inglês, 45, fluentes em língua francesa, e 50, em língua alemã; 25 são fluentes tanto em inglês quanto em francês; 5 tanto em alemão quanto em francês e, 45, em inglês e em alemão. Com base nesses dados, é CORRETO afirmar que

- (A) todas as entrevistadas são fluentes em alguma dessas três línguas (inglês, francês ou alemão).
- (B) nenhuma entrevistada é fluente em alguma dessas três línguas (inglês, francês ou alemão).
- (C) a quantidade de entrevistadas que não é fluente em nenhuma ou que é fluente em todas as três línguas é menor ou igual a 15 pessoas.
- (D) a quantidade de entrevistadas que não é fluente em nenhuma ou que é fluente em todas as três línguas é maior que 15 pessoas.
- (E) se a entrevistada for fluente em inglês, ela será fluente em todas as três línguas.

#### Resolução

Sejam x e y as quantidades de entrevistados fluentes nas três línguas e não fluentes nas três línguas, respectivamente.

Sejam I, F e A os conjuntos dos entrevistados fluentes em inglês, francês e alemão, respectivamente.



O total de pessoas entrevistadas é 100. Como y não são fluentes nas três línguas, então o número de elementos da união dos três conjuntos é 100 - y.

Vamos aplicar o Princípio da Inclusão-Exclusão

$$n(I \cup F \cup A) = n(I) + n(F) + n(A) - n(I \cap F) - n(I \cap A) - n(F \cap A) + n(I \cap F \cap A)$$

$$100 - y = 70 + 45 + 50 - 25 - 45 - 5 + x$$

$$100 - y = 90 + x$$

$$x + y = 10$$

Não sabemos os valores de x e y, mas sabemos que sua soma é 10.

A alternativa A diz que y = 0. Não temos como afirmar isso. Portanto, a alternativa A está errada.

A alternativa B diz que o número de elementos da união é 0. Isso é obviamente falso. Basta perceber que há pessoas fluentes em inglês, por exemplo (70 pessoas são fluentes em inglês).

A alternativa C diz que a soma x + y é menor do que ou igual a 15.

$$x + y \leq 15$$

Como x + y = 10, então:

$$10 \leq 15 (verdade)$$

Essa desigualdade é verdade. Portanto, a alternativa C é verdadeira.

A alternativa D diz que a soma x + y é maior do que ou igual a 15.

$$x + y \ge 15$$

Como x + y = 10, então:

$$10 \ge 15 (falso)$$

Essa desigualdade é falsa. Portanto, a alternativa D está errada.

A alternativa E diz que se uma pessoa for fluente em inglês, será fluente nas três línguas. Isso é impossível, pois x é no máximo igual a 10. Há no máximo 10 pessoas que são fluentes nas três línguas (e há 70 que são fluentes em inglês). A alternativa E está errada.

#### Gabarito: C

# 12. (IAUPE 2019/ISS Petrolina)

Uma torneira defeituosa é tal que a quantidade de gotas pingando por vazamento dobra a cada dia. Se a torneira vaza uma gota no primeiro dia, 2 gotas no segundo dia, 4 gotas no terceiro dia e assim por diante, sabendo que um litro d'água possui, em média, 16.384 gotas, em quanto tempo a torneira terá vazado uma caixa d'água de 512 litros?

- (A) Mais de 20 dias
- (B) Menor de 10 dias
- (C) Não menos que um mês
- (D) Não menos que um ano
- (E) Em exatamente 10 dias

### Resolução

Cada litro possui  $16.384 \ gotas = 2^{14} \ gotas$ . Basta fatorar  $16.384 \ para$  perceber que este número é igual a  $2^{14}$ .

Como a caixa d'água possui 512 litros (fatore 512 e perceba que  $512 = 2^9$ ), então o total de gotas será:

$$512 \times 16.384 = 2^9 \times 2^{14} = 2^{23} \ gotas$$

As quantidades de gotas por dia formam uma progressão geométrica de razão 2.

Queremos que a soma de todos esses valores seja igual ao total de gotas  $2^{23}$ . Vamos aplicar a fórmula da soma de uma PG finita.

$$\frac{a_1\cdot (q^n-1)}{q-1}=2^{23}$$

$$\frac{1\cdot(2^n-1)}{2-1}=2^{23}$$

$$2^n - 1 = 2^{23}$$

$$2^n = 2^{23} + 1$$

Portanto,  $n > 23 \ dias$ .

Como são mais de 23 dias, podemos afirmar que são mais de 20 dias.

### Gabarito: A

# 13. (IAUPE 2019/ISS Petrolina)

De uma estação rodoviária, parte um ônibus para a cidade A, a cada 10 dias; um ônibus para a cidade B a cada 12 dias, e um ônibus para a cidade C a cada 7 dias. Se hoje todos os ônibus saíram juntos, em quantos dias, teremos novamente os três saindo no mesmo dia da estação?

- (A) 120
- (B) 240
- (C)360
- (D) 420
- (E) 840

# Resolução

Questão clássica de MMC. Vamos calcular mmc(10, 12, 7).

- 10, 12, 7
- 5, 6, 7 2

2

- 5, 3, 7
- 5, 1, 7 5
- 1, 1, 7
- 1, 1, 1

Portanto,  $mmc(10, 12, 7) = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420 \ dias$ .

### Gabarito: D

# 14. (IAUPE 2019/ISS Petrolina)

Dado um conjunto A, representa-se por P(A) o conjunto formado por todos os subconjuntos de A – o chamado conjunto das partes que também costuma ser representado por  $2^A$ .

Se  $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, 1, \{1\}\}$ , qual das alternativas seguintes NÃO é elemento de P(A)?

- (A) Ø
- (B)  $\{\emptyset, 1\}$
- (C)  $\{1, \{\emptyset, 1\}\}$
- (D)  $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- (E)  $\{1, \{1\}\}$

# Resolução

Para que um conjunto seja elemento de P(A), ele precisa ser subconjunto de A. Assim, vamos verificar se os conjuntos dados nas alternativas são ou não subconjuntos de A.

а) **ф** 

O conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto. Portanto,  $\phi \subset A$ , que é o mesmo que dizer que  $\phi \in P(A)$ .

b) {**\phi**, **1**}

Para que  $\{\phi, \mathbf{1}\}$  seja subconjunto de A, todos os seus elementos devem ser elementos de A. Vejamos:

$$\phi \in A$$
  
  $1 \in A$ 

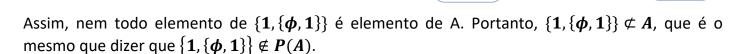
Assim, todo elemento de  $\{\phi, 1\}$  é também elemento de A. Portanto,  $\{\phi, 1\} \subset A$ , que é o mesmo que dizer que  $\{\phi, 1\} \in P(A)$ .

c) {**1**, {**\phi**, **1**}}

Para que  $\{1, \{\phi, 1\}\}$  seja subconjunto de A, todos os seus elementos devem ser elementos de A. Vejamos:

 $1 \in A$ 

 $\{\boldsymbol{\phi},\mathbf{1}\}\notin A$ 



d) 
$$\{ \phi, \{ \phi \} \}$$

Para que  $\{\phi, \{\phi\}\}$  seja subconjunto de A, todos os seus elementos devem ser elementos de A. Vejamos:

$$\phi \in A$$
  
 $\{\phi\} \in A$ 

Assim, todo elemento de  $\{\phi, \{\phi\}\}\$  é também elemento de A. Portanto,  $\{\phi, \{\phi\}\}\$   $\subseteq$  A, que é o mesmo que dizer que  $\{\phi, \{\phi\}\}\$   $\in$  P(A).

Para que  $\{1, \{1\}\}$  seja subconjunto de A, todos os seus elementos devem ser elementos de A. Vejamos:

$$1 \in A$$
  $\{1\} \in A$ 

Assim, todo elemento de  $\{1, \{1\}\}\}$  é também elemento de A. Portanto,  $\{1, \{1\}\}\} \subset A$ , que é o mesmo que dizer que  $\{1, \{1\}\}\} \in P(A)$ .

### Gabarito: C

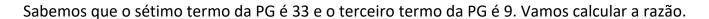
# 15. (IAUPE 2019/ISS Petrolina)

Em uma Progressão Geométrica na qual o 3º termo é 9 e o 7º termo é 33, a soma dos 10 primeiros termos é

- (A) maior que 200.
- (B) menor que 100.
- (C) maior que 100, mas estritamente menor que 200.
- (D) uma potência de 2.
- (E) um múltiplo de 7.

### Resolução

Eu acredito que a intenção da banca era fazer uma questão sobre Progressão Aritmética, mas vamos lá.



$$a_7 = a_3 \times q^4$$

$$33 = 9 \times q^4$$

$$q^4 = \frac{33}{9}$$

Vamos calcular a raiz quadrada de 33/9 para encontrar um valor aproximado para  $q^2$ .

Eu postei um vídeo no Youtube ensinando a calcular raízes aproximadas:

## https://youtu.be/8jKk9e-70LQ

Precisamos calcular uma aproximação para  $\sqrt{33}$ . Usando o método de Newton-Raphson, que ensino no vídeo acima:

$$\sqrt{33} \cong \frac{33 + 36}{2 \times 6}$$

$$\sqrt{33}\cong\frac{69}{12}$$

$$\sqrt{33}\cong 5,75$$

Portanto,

$$q^2 = \frac{\sqrt{33}}{\sqrt{9}} \cong \frac{5,75}{3}$$

$$q^2 \cong 1,91$$

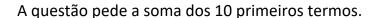
Observe que  $1, 3^2 = 1, 69$  e  $1, 4^2 = 1, 96$ . Assim, para que possamos errar "para baixo", vamos utilizar q = 1, 3.

Com isso, podemos calcular os próximos termos da progressão geométrica. Basta ir multiplicando por 1,3, que é um valor aproximado para a razão.

$$a_8\cong a_7\times 1, 3\cong 33\times 1, 3\cong 42, 9$$

$$a_9 \cong 42, 9 \times 1, 3 \cong 55, 77$$

$$a_{10}\cong 55,77\times 1,3\cong 72,5$$



Observe que:

$$a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} \cong 33 + 42 + 55 + 72$$

$$a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} \cong 202$$

A soma dos quatro últimos termos já é maior do que 200. Obviamente, a soma dos 10 primeiros termos também será maior do que 200.

A razão da progressão geométrica é um número irracional. Portanto, podemos descartar as alternativas D e E.

Acredito que essa tenha sido a intenção da banca. Entretanto, perceba que a razão poderia ser negativa.

$$q^4 = \frac{33}{9}$$

$$q \cong -1,38$$

Neste caso, teríamos uma PG oscilante. Seus termos seriam aproximadamente:

$$(4,7; -6,5; 9; -12,4; 17,1; -23,6; 33; -45,5; 62,8; -86,7)$$

A soma dos 10 termos seria aproximadamente:

$$S_{10} \cong -48$$

O gabarito preliminar provavelmente será A, mas a questão deverá ser anulada.

#### Gabarito: A

### 16. (IAUPE 2019/ISS Petrolina)

Considere as seguintes afirmações:

- A) Se eu estudar, então não sou reprovado.
- B) Ou eu jogo, ou eu estudo.
- C) Eu fui reprovado.

Nessas condições, é possível concluir logicamente que

- (A) eu joguei.
- (B) eu estudei.
- (C) eu estudei e também joguei.
- (D) eu nem joguei nem estudei.
- (E) eu estudei, mas não joguei.

# Resolução

Questão de argumentação. Devemos assumir que as premissas são verdadeiras para inferir a conclusão.

Comecemos pela proposição simples: Eu fui reprovado (V).

Vamos agora para a primeira premissa.

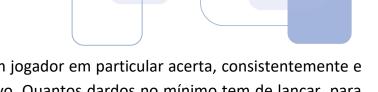
O consequente é falso. Para que a composta seja verdadeira, não podemos permitir a ocorrência de VF. Como o segundo componente é falso, o primeiro não pode ser verdadeiro.

Vamos agora para a segunda premissa.

Temos uma disjunção exclusiva. Para que a composta seja verdadeira, precisamos de exatamente um componente verdadeiro. Como o segundo componente é F, o primeiro deverá ser verdadeiro.

**Gabarito: A** 

### 17. (IAUPE 2019/ISS Petrolina)



Em cada lançamento em um jogo de dardos, um jogador em particular acerta, consistentemente e de forma aleatória, uma a cada seis vezes, o alvo. Quantos dardos no mínimo tem de lançar, para que tenha chance igual ou maior que 50% de acertar o alvo alguma vez nesses lançamentos?

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 5

# Resolução

A probabilidade de acertar um lançamento é 1/6. Portanto, a probabilidade de errar um lançamento é 5/6.

Se o jogador lança n vezes, a probabilidade de errar em todas as vezes será  $\left(\frac{5}{6}\right)^n$ .

Portanto, a probabilidade de acertar o alvo em alguma vez será  $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n$ . Queremos que essa probabilidade seja pelo menos igual a 50%.

$$1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 50\%$$

$$1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n \ge \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{5}{6}\right)^n \leq \frac{1}{2}$$

Vamos testar os valores para n.

$$\left(\frac{5}{6}\right)^1 = \frac{5}{6} > \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36} > \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216} > \frac{108}{216}$$

Como  $\frac{108}{216} = \frac{1}{2}$ , então:

$$\left(\frac{5}{6}\right)^3 > \frac{1}{2}$$

Finalmente,

$$\left(\frac{5}{6}\right)^4 = \frac{625}{1.296} < \frac{648}{1.296}$$

Como 
$$\frac{648}{1.296} = \frac{1}{2}$$
, então:

$$\left(\frac{5}{6}\right)^4 < \frac{1}{2}$$

Assim, o menor valor inteiro de n que satisfaz a inequação é n=4.

### Gabarito: D

# 18. (IAUPE 2019/ISS Petrolina)

Dois números reais tais que seu produto é igual a 24, e o quadrado de sua soma é igual a 98. Nessas condições, é CORRETO afirmar que

- (A) somente um desses números é um número inteiro.
- (B) ambos os números são números inteiros.
- (C) o quadrado da subtração desses números é par.
- (D) o quadrado da subtração desses números é ímpar.
- (E) a soma desses números é um número inteiro.

# Resolução

Sejam  $\boldsymbol{x}$  e  $\boldsymbol{y}$  os números.

O produto deles é 24.

$$xy = 24$$

$$y=\frac{24}{x}$$

Além disso, o quadrado de sua soma é 98.

$$(x+y)^2=98$$

$$x^2 + 2xy + y^2 = 98$$

$$x^2 + y^2 = 98 - 2 \underbrace{xy}_{24}$$

$$x^2 + y^2 = 98 - 48$$

$$x^2 + y^2 = 50$$

Poderíamos marcar a resposta sem resolver o sistema de equações. Observe:

e) A soma desses números é um número inteiro.

$$(x+y)^2 = 98$$

$$(x+y)^2 = 49 \times 2$$

Portanto,

$$x + y = 7\sqrt{2}$$
 ou  $x + y = -7\sqrt{2}$ 

Portanto, a soma dos números não é um número inteiro e a alternativa E está errada.

As alternativas C e D versam sobre o quadrado da diferença dos números.

$$(x-y)^{2} = (y-x)^{2} = x^{2} - 2xy + y^{2} =$$

$$= \underbrace{x^{2} + y^{2}}_{50} - 2\underbrace{xy}_{24}$$

$$= 50 - 48 = 2$$

Portanto, o quadrado da diferença dos números é 2, que é um número par. A resposta é a alternativa C.

Vamos analisar a alternativa B. Sabemos que a soma dos números pode ser  $7\sqrt{2}$  ou  $-7\sqrt{2}$ . Portanto, é impossível que os dois números sejam inteiros, pois se os dois números fossem inteiros, a soma deles seria um número inteiro. A alternativa B está errada.

Para mostrar que a alternativa A está errada, precisamos calcular os valores de x e y.

Sabemos que  $x^2 + y^2 = 50$ . Além disso, sabemos que  $y = \frac{24}{x}$ . Portanto,

$$x^2 + \left(\frac{24}{x}\right)^2 = 50$$

$$x^2 + \frac{576}{x^2} = 50$$

Vamos multiplicar todos os termos por  $x^2$ .

$$x^4 + 576 = 50x^2$$

$$x^4 - 50x^2 + 576 = 0$$

Essa é uma equação biquadrada. Vamos utilizar uma incógnita auxiliar:  $oldsymbol{m}=x^2.$ 

$$m^2 - 50m + 576 = 0$$

$$m = \frac{50 \pm \sqrt{(-50)^2 - 4 \times 1 \times 576}}{2}$$

$$m=\frac{50\pm14}{2}$$

$$m = 32 ou m = 18$$

Logo,

$$x^2 = 32 ou x^2 = 18$$

Lembre-se que  $x^2 + y^2 = 50$ . Portanto,

Se 
$$x^2 = 32$$
, então  $y^2 = 18$ .

Se 
$$x^2 = 18$$
, então  $y^2 = 32$ .

Nos dois casos, teremos valores irracionais para  $x \in y$ . Portanto, os dois números são irracionais e a alternativa A está errada.

### **Gabarito: C**

### 19. (IAUPE 2019/ISS Petrolina)

Em uma escola, há uma e somente uma turma de cada uma das séries do ensino fundamental (1º ao 9º ano). Em cada turma, temos 40 ou mais alunos. Todos os alunos dessas turmas — e

apenas dessas turmas – estão no pátio. Qual o número mínimo de alunos que, escolhidos aleatoriamente, garante a escolha de, pelo menos, 4 alunos de uma mesma turma?

- (A) 22 alunos sorteados.
- (B) 25 alunos sorteados.
- (C) 27 alunos sorteados.
- (D) 28 alunos sorteados.
- (E) 37 alunos sorteados.

### Resolução

Questão sobre o Princípio da Casa dos Pombos.

O pior dos casos seria pegar 3 alunos de cada uma das séries. Assim, se fossem escolhidos  $3 \times 9 = 27$  alunos, poderíamos, por azar, pegar 3 alunos de cada série.

Com mais 1 aluno, ou seja, com 28 alunos, seremos obrigados a ter 4 alunos de alguma série.

#### Gabarito: D

# 20. (IAUPE 2019/ISS Petrolina)

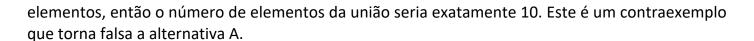
A união de 4 conjuntos que podem ou não ter elemento em comum na qual cada conjuntos possui, ao menos, 10 elementos é tal que

- (A) sua união, possui, ao menos 40 elementos distintos.
- (B) sua intersecção, possui, ao menos 5 elementos distintos.
- (C) se dois deles não possuem elementos em comum, a união de todos, possui, ao menos, 40 elementos distintos.
- (D) se três deles não possuem elementos em comum, a união de todos, possui, ao menos, 40 elementos distintos.
- (E) se não há elementos em comum em nenhum par de conjuntos distintos, então a união deles, possui, ao menos 40 elementos distintos.

## Resolução

Sejam *A*, *B*, *C* e *D* os conjuntos, que podem ou não ter elementos em comum. Lembre-se que para mostrar que algo é falso, basta mostrar um contraexemplo. Para mostrar que algo é verdade, a sentença precisa ser verdadeira em todos os casos.

A alternativa A está errada. Basta pensar em um caso em que A = B = C = D. A quantidade de elementos de cada conjunto é pelo menos 10. Se esses conjuntos possuírem exatamente 10



A alternativa B está errada. Basta pensar em um caso em que não há elementos comuns aos 4 conjuntos.

A alternativa C está errada. Basta pensar em um caso em que todos os conjuntos possuem 10 elementos, que  $A \cap B = \phi$  e A = C = D. Neste caso, o número de elementos da união seria  $\mathbf{10} + \mathbf{10} = \mathbf{20}$ .

A alternativa D está errada. Basta pensar em um caso em que todos os conjuntos possuem 10 elementos, que A = B e que A, C e D não possuem elementos comuns. Assim, o total de elementos da união seria 10 + 10 + 10 = 30.

A alternativa E está correta. Se os 4 elementos são disjuntos e cada conjunto possui pelo menos 10 elementos, então o número de elementos da união será pelo menos igual a 10 + 10 + 10 + 10 = 40.

### **Gabarito: E**