Oi, pessoal!!

Aqui quem vos fala é o professor Guilherme Neves.

Vamos resolver a prova de Matemática, Raciocínio Lógico-Matemático e Estatística da prova do concurso da Prefeitura do Recife (Analista de Gestão Administrativa).

FALE COMIGO

Para **tirar dúvidas** e ter **acesso a dicas e conteúdos gratuitos**, acesse minhas redes sociais:

Instagram - @profguilhermeneves
https://www.instagram.com/profguilhermeneves

Canal do YouTube – Prof. Guilherme Neves
https://youtu.be/gqab047D9l4

E-mail: profguilhermeneves@gmail.com

QUESTÕES COMENTADAS

16. (FCC 2019/Prefeitura do Recife)

Considere que “um profissional é formado pela Faculdade X” seja uma condição suficiente para “ele presta serviço para a empresa E”. É correto afirmar que

(A) qualquer profissional que presta serviço para a empresa E é formado pela Faculdade X.

(B) não existe um profissional formado pela Faculdade X e que não presta serviços para a Empresa E.

(C) a maioria dos profissionais que trabalham para a empresa E são formados pela Faculdade X.

(D) somente os profissionais que são formados pela Faculdade X prestam serviços para a empresa E.

(E) um profissional que não é formado pela Faculdade X não presta serviço para a empresa E.

Resolução

Uma proposição do tipo “se p, então q” pode ser lida também das seguintes formas:

$$p \text{ é condição suficiente para } q$$

$$q \text{ é condição necessária para } p$$

Perceba que, quando utilizando a expressão “condição suficiente”, devemos manter a ordem das proposições.

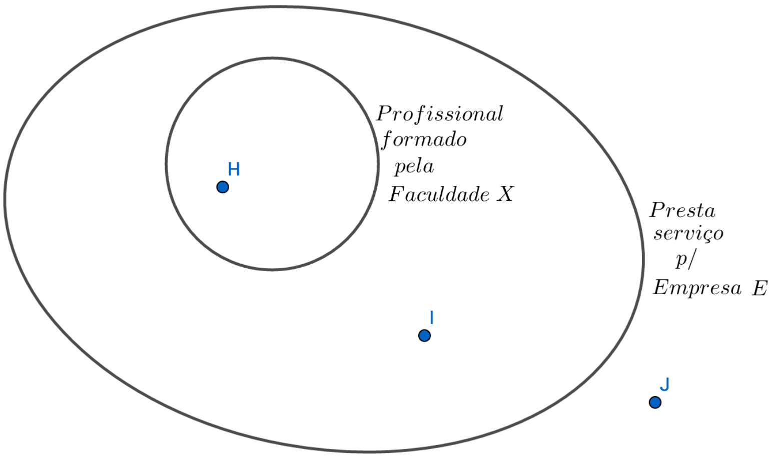
Assim, a informação dada no enunciado pode ser reescrita como:

$$Se\ um\ profissional\ \text{é}\ formado\ pela\ faculdade\ X, então\ ele\ presta\ serviço\ para\ a\ empresa\ E.$$

Essa proposição, por sua vez, pode ser reescrita como:

$$Todo\ profissional\ formado\ pela\ faculdade\ X\ presta\ serviço\ para\ a\ empresa\ E.$$

Vamos representar essa proposição com o auxílio dos diagramas de Venn.



Eu representei três pontos H, I e J para facilitar a análise das alternativas.

(A) qualquer profissional que presta serviço para a empresa E é formado pela Faculdade X.

Falso. Observe por exemplo a região em que se encontra o ponto I. Esta região é formada por pessoas que prestam serviço para a empresa E, mas que não são formados pela faculdade X.

(B) não existe um profissional formado pela Faculdade X e que não presta serviços para a Empresa E.

Verdade, pois TODO profissional formado pela faculdade X presta serviços para a empresa E.

(C) a maioria dos profissionais que trabalham para a empresa E são formados pela Faculdade X.

Falso, pois não podemos chegar a essa conclusão a partir dos dados do problema.

(D) somente os profissionais que são formados pela Faculdade X prestam serviços para a empresa E.

Falso. Observe por exemplo a região em que se encontra o ponto I. Esta região é formada por pessoas que prestam serviço para a empresa E, mas que não são formados pela faculdade X.

(E) um profissional que não é formado pela Faculdade X não presta serviço para a empresa E.

Falso. Observe por exemplo a região em que se encontra o ponto I. Esta região é formada por pessoas que prestam serviço para a empresa E, mas que não são formados pela faculdade X.

Gabarito: B

---

17. (FCC 2019/Prefeitura do Recife)

Com o objetivo de analisar a distribuição dos salários dos empregados de uma empresa, verificou-se que 10 empregados ganham, cada um, R$ 15.000,00; 20 ganham, cada um, R$ 2.500,00; 25 ganham, cada um, R$ 12.000,00; 60 ganham, cada um, R$ 5.000,00 e os restantes ganham, cada um, R$ 8.000,00. Sabendo-se que a mediana dos salários apresentou um valor igual a R$ 6.500,00, obtém-se que o valor da média aritmética supera o da moda em

(A) R$ 2.750.00.

(B) R$ 3.250,00.

(C) R$ 3.000,00.

(D) R$ 2.250,00.

(E) R$ 2.500,00.

Resolução

Observe a distribuição dos salários dos empregados (já vou dispor em ordem crescente).

Salários	Frequência
2.500	20
5.000	60
8.000	f
12.000	25
15.000	10
Total	$115 + f$

O total de empregados é $115 + f$, que corresponde ao somatório das frequências.

Quando o número de termos é ímpar, a mediana é exatamente o termo que fica no meio, ou seja, o termo de posição $\frac{n+1}{2}$.

Quando o número de termos é par, a mediana é a média aritmética dos termos centrais, ou seja, a média aritmética entre os termos de posição $\frac{n}{2}$ e $\frac{n}{2}+1$.

O enunciado nos disse que a mediana é igual a 6.500. Como nenhum funcionário ganha exatamente R$ 6.500,00, concluímos que a mediana será a média aritmética entre os dois termos centrais (o número de pessoas é par).

Observe que a média entre 5.000 e 8.000 é 6.500:

$$\frac{5.000 + 8.000}{2} = 6.500$$

Portanto, os dois termos centrais são 5.000 e 8.000.

Concluímos que o último 5.000 corresponde ao termo de posição $\frac{n}{2}$ e o primeiro 8.000 corresponde ao termo de ordem $\frac{n}{2}+1$.

Ora, o último 5.000 é o termo de posição 80. Basta perceber que o número 2.500 aparece 20 vezes e o número 5.000 aparece 60 vezes.

Portanto,

$$\frac{n}{2} = 80$$

$$n = 2 \times 80$$

$$n = 160$$

O total de pessoas é 160. Logo,

$$115 + f = 160$$

$$f = 45$$

Concluímos que 45 pessoas recebem 8 mil reais.

Queremos calcular o valor da média aritmética e da moda.

Para tanto, vamos reconstruir a tabela com o valor de f, que estava faltando.

Salários	Frequência
2.500	20
5.000	60
8.000	45
12.000	25
15.000	10
Total	160

A moda é o termo de maior frequência. Portanto,

$$Mo = 5.000$$

Vamos agora calcular a média aritmética. Para tanto, devemos multiplicar cada salário pela sua respectiva média, somar os resultados e dividir por 160, que é o total de pessoas.

Salários	Frequência	Salário x Frequência
2.500	20	2.500 x 20 = 50.000
5.000	60	5.000 x 60 = 300.000
8.000	45	8.000 x 45 = 360.000
12.000	25	12.000 x 25 = 300.000
15.000	10	15.000 x 10 = 150.000
Total	160	1.160.000

Portanto, a média vale:

$$\overline{x} = \frac{1.160.000}{160} = 7.250$$

A questão pede a diferença entre a média e a moda (o quanto a média supera a moda).

$$\overline{x} - Mo = 7.250 - 5.000$$
$$= 2.250$$

Gabarito: D

18. (FCC 2019/Prefeitura do Recife)

De uma caixa com uma certa quantidade de laranjas, decide-se repartir uma parte das laranjas a algumas crianças em uma sala, de tal maneira que cada uma receba a mesma quantidade de laranjas. Se cada criança receber 10 laranjas, sobrarão 5 laranjas na caixa e, se cada criança receber 8 laranjas, sobrarão 19 laranjas na caixa. Se cada criança receber 7 laranjas, o número de laranjas que sobrarão na caixa será de

a) 26

b) 24

c) 29

d) 25

e) 27

Resolução

Sejam ℓ e c as quantidades de laranjas e crianças.

Na primeira situação, cada criança vai receber 10 laranjas e sobrarão 5 laranjas.

Assim, podemos concluir que:

$$\ell = 10c + 5$$

Na segunda situação, cada criança vai receber 8 laranjas e sobrarão 19 laranjas na caixa. Portanto,

$$\ell = 8c + 19$$

Vamos igualar as duas expressões acima.

$$10c + 5 = 8c + 19$$

$$10c - 8c = 19 - 5$$

$$2c = 14$$

$$c = 7$$

São 7 crianças. Vamos substituir em alguma equação original para calcular o valor de ℓ.

$$\ell = 10c + 5$$

$$\ell = 10 \times 7 + 5$$

$$\ell = 75$$

São 75 laranjas e 7 crianças.

Se cada criança receber 7 laranjas, o total de laranjas distribuídas será:

$$7 \times 7 = 49$$

O número de laranjas restantes será:

$$75 - 49 = 26$$

Gabarito: A

---

19. (FCC 2019/Prefeitura do Recife)

Em um órgão público, 12 funcionários que trabalham com desempenhos iguais e constantes são escalados para realizar uma tarefa. Sabe-se que eles começaram a trabalhar às 9 horas e, às 10 horas e 20 minutos, verificou-se que 60% da tarefa já havia sido realizada e que 2 funcionários haviam deixado a equipe. Com a retirada desses 2 funcionários e não tendo ocorrido interrupção no trabalho, a tarefa será finalizada às 11 horas e

(A) 40 minutos.

(B) 36 minutos.

(C) 24 minutos.

(D) 15 minutos.

(E) 30 minutos.

Resolução

Sabe-se que os 12 funcionários começaram a trabalhar às 9 horas e, às 10 horas e 20 minutos, verificou-se que 60% da tarefa já havia sido realizada.

Assim, 12 funcionários, em 80 minutos, realizaram 60% da tarefa.

Em seguida, 2 funcionários deixaram a equipe. Portanto, 10 funcionários deverão realizar os 40% restantes da tarefa. Vamos calcular o tempo que eles levarão para concluir essa tarefa.

Funcionários	Tarefa (%)	Minutos
12	60	80
10	40	x

A primeira coluna pode ser simplificada por 2 e a segunda coluna pode ser simplificada por 20.

Funcionários	Tarefa (%)	Minutos
6	3	80
5	2	x

Vamos comparar as grandezas conhecidas (funcionários, tarefa) com a grandeza desconhecida (minutos).

A quantidade de funcionários diminuiu. Como há menos funcionários trabalhando, eles levarão mais tempo (mais minutos) para concluir a tarefa. Como uma grandeza diminui enquanto a outra aumenta, elas são inversamente proporcionais.

Funcionários	Tarefa (%)	Minutos
6 ↑	3	80 ↓
5	2	x

A tarefa diminuiu. Com menos tarefa a fazer o tempo também diminuirá. Como as duas grandezas diminuem, elas são diretamente proporcionais.

Funcionários	Tarefa (%)	Minutos
6 ↑	3 ↓	80 ↓
5	2	x

Agora é só armar a proporção. Do lado esquerdo, colocamos a fração com a incógnita.

$$\frac{80}{x} = \frac{5}{6} \times \frac{3}{2}$$

$$\frac{80}{x} = \frac{15}{12}$$

$$15x = 12 \times 80$$

$$15x = 960$$

$$x = \frac{960}{15}$$

$$x = 64\,minutos$$

Como a segunda parte do serviço começou às 10h20min e eles levaram 64 minutos (1h 4min) para concluir o serviço, então a tarefa foi finalizada às 11h 24 min.

Gabarito: C

---

20. (FCC 2019/Prefeitura do Recife)

Em um censo realizado em uma cidade em que são consumidos somente os sabonetes de marca X, Y e Z, verifica-se que:

I. 40% consomem X.

II. 40% consomem Y.

III. 47% consomem Z.

IV. 15% consomem X e Y.

V. 5% consomem X e Z.

VI. 10% consomem Y e Z.

VII. qualquer elemento da população consome pelo menos uma marca de sabonete.

Então, escolhendo aleatoriamente um elemento dessa população, a probabilidade de ele consumir uma e somente uma marca de sabonete é igual a

(A) 80%.

(B) 76%.

(C) 79%.

(D) 70%.

(E) 60%.

Resolução

A informação VII garante que $n(X \cup Y \cup Z) = 100\%$.

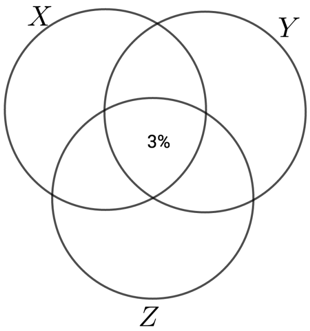
Vamos aplicar o Princípio da Inclusão-Exclusão (número de elementos da união de três conjuntos) para determinar a quantidade de elementos de $X \cap Y \cap Z$.

$$n(X \cup Y \cup Z) = n(X) + n(Y) + n(Z) - n(X \cap Y) - n(X \cap Z) - n(Y \cap Z) + n(X \cap Y \cap Z)$$
$$100\% = 40\% + 40\% + 47\% - 15\% - 5\% - 10\% + n(X \cap Y \cap Z)$$

$$100\% = 97\% + n(X \cap Y \cap Z)$$

$$n(X \cap Y \cap Z) = 3\%$$

Vamos agora desenhar o diagrama.



Vamos agora analisar as interseções dos conjuntos 2 a 2.

IV. 15% consomem X e Y.

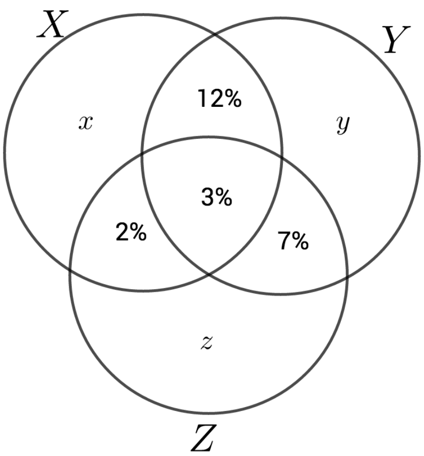
V. 5% consomem X e Z.

VI. 10% consomem Y e Z.

Destes percentuais, vamos subtrair a interseção dos 3 conjuntos para determinar a porcentagem de pessoas que consomem apenas duas marcas.

Assim,

- consomem apenas X e Y: 15% - 3% = 12%
- consomem apenas X e Z: 5% - 3% = 2%
- consomem apenas Y e Z: 10% - 3% = 7%



A questão pede o valor de $x + y + z$, que corresponde ao total de pessoas que consome apenas uma marca. Não precisamos calcular os valores isolados dessas incógnitas.

O percentual total é igual a 100%.

$$x + 12\% + y + 2\% + 3\% + 7\% + z = 100\%$$

$$x + y + z + 24\% = 100\%$$

$$x + y + z = 76\%$$

A porcentagem de pessoas que consome apenas uma marca é 76%. Portanto, a probabilidade pedida é igual a 76%.

Gabarito: B

---

21. (FCC 2019/Prefeitura do Recife)

Uma população com uma certa quantidade de elementos é dividida previamente em grupos mutuamente exclusivos e dentro dos quais são sorteadas amostras casuais simples. Esse tipo de amostragem é denominado de Amostragem

(A) por Quotas.

(B) por Conglomerados.

(C) Determinística.

(D) por Conveniência.

(E) Aleatória Estratificada.

Resolução

Na Amostragem Estratificada, a população é dividida em grupos, que são chamados de estratos.

Em cada estrato, são sorteadas amostras simples.

Cuidado para não confundir a “Amostragem por Estratos” com a “Amostragem por Conglomerados”.

Na amostragem por Conglomerados, alguns conglomerados (grupos) são sorteados e, em seguida, TODOS os elementos do conglomerado são observados.

Na amostragem por estratos, é selecionada uma amostra aleatória de elementos em cada estrato.

Para ficar mais clara a diferença: na amostragem por estratos, em cada grupo, é selecionada uma amostra de elementos; na amostragem por conglomerados, é feita uma amostra dos grupos e, em cada grupo, TODOS os elementos são observados.

Gabarito: E

---

22. (FCC 2019/Prefeitura do Recife)

Considere uma população P formada por números estritamente positivos. Com relação às medidas de tendência central e de dispersão é correto afirmar que

(A) a variância e o desvio padrão de P são iguais somente no caso em que todos os elementos de P são iguais.

(B) subtraindo uma constante K > 0 de todos os elementos de P, o desvio padrão e a média aritmética da nova população são iguais ao desvio padrão e média aritmética de P subtraídos de K, respectivamente.

(C) multiplicando todos os elementos de P por 16, o desvio padrão da nova população é igual ao desvio padrão de P multiplicado por 4.

(D) dividindo todos os elementos de P por 2, a variância da nova população é igual a variância de P multiplicada por 0,25.

(E) adicionando uma constante K > 0 a todos os elementos de P, a média aritmética e a variância da nova população formada são iguais a média aritmética e desvio padrão de P, respectivamente.

Resolução

Vamos analisar cada uma das alternativas separadamente.

(A) a variância e o desvio padrão de P são iguais somente no caso em que todos os elementos de P são iguais.

A variância σ^2 é o quadrado do desvio padrão σ. Queremos descobrir a condição para que a variância e o desvio padrão sejam iguais.

$$\sigma^2 = \sigma$$

$$\sigma^2 - \sigma = 0$$

Temos aqui uma equação do segundo grau. Podemos resolvê-la rapidamente fatorando o primeiro membro.

$$\sigma(\sigma - 1) = 0$$

Um produto é zero quando pelo menos um de seus fatores for igual a 0.

$$\sigma = 0 \; ou \; \sigma - 1 = 0$$

Portanto,

$$\sigma = 0 \; ou \; \sigma = 1$$

Assim, a variância e o desvio padrão serão iguais quando o desvio padrão for igual a 0 ou igual a 1 (é só perceber que $0^2 = 0\ e\ 1^2 = 1$).

O desvio padrão é zero quando todos os elementos são iguais. Existem infinitos outros casos que podem tornar o desvio padrão igual a 1.

Portanto, a alternativa A está errada.

(B) subtraindo uma constante K > 0 de todos os elementos de P, o desvio padrão e a média aritmética da nova população são iguais ao desvio padrão e média aritmética de P subtraídos de K, respectivamente.

Quando subtraímos uma constante de todos os elementos, o desvio padrão não é alterado.

Portanto, a alternativa B está errada.

(C) multiplicando todos os elementos de P por 16, o desvio padrão da nova população é igual ao desvio padrão de P multiplicado por 4.

Ao multiplicar todos os elementos por uma constante positiva k, o desvio padrão da nova população será o desvio padrão de P multiplicada por k.

Como os elementos de P foram multiplicados por 16, então o desvio padrão da nova população será o desvio padrão de P multiplicado por 16.

Portanto, a alternativa C está errada.

(D) dividindo todos os elementos de P por 2, a variância da nova população é igual a variância de P multiplicada por 0,25.

Ao multiplicar todos os elementos de P por uma constante positiva k, a variância da nova população será igual à variância de P multiplicada por k^2.

Observe que dividir um número por 2 é o mesmo que multiplicá-lo por 0,5.

Assim, vamos multiplicar todos os elementos de P por 0,5. A variância da nova população será a variância de P multiplicada por $0{,}5^2 = 0{,}25$.

Portanto, a alternativa D está correta.

(E) adicionando uma constante K > 0 a todos os elementos de P, a média aritmética e a variância da nova população formada são iguais a média aritmética e desvio padrão de P, respectivamente.

Quando adicionamos uma constante a todos os elementos, a variância não é alterada.

Portanto, a alternativa E está errada.

Gabarito: D