

PROVA RESOLVIDA – FUB – CESPE 2018



(CESPE 2018/FUB)

Paulo, Maria e João, servidores lotados em uma biblioteca pública, trabalham na catalogação dos livros recém-adquiridos. Independentemente da quantidade de livros a serem catalogados em cada dia, Paulo cataloga $\frac{1}{4}$, Maria cataloga $\frac{1}{3}$ e João, $\frac{5}{12}$.

A respeito da catalogação de livros por esses servidores, julgue os itens a seguir.

1. Entre os três servidores, Maria é a mais eficiente, isto é, em cada dia de trabalho, ela cataloga mais livros que cada um dos outros dois.
2. Sempre que trabalharem de segunda-feira a sexta-feira, os três servidores catalogarão uma quantidade de livros que será um número múltiplo de 12.
3. Situação hipotética: Cada um dos livros que serão catalogados em três dias de trabalho constitui um sólido que tem a forma de um paralelepípedo retângulo de 2.000 cm^3 de volume. Assertiva: Nessa situação, se, nesse período, João catalogar 375 desses livros, então, nesse período, os três servidores juntos catalogarão uma quantidade de livros cuja soma dos volumes será superior a 2 m^3 .
4. Em cada dia, Maria e João catalogam 75% dos livros a serem catalogados nesse dia.
5. Se, em determinado dia Maria, catalogar 20 livros a mais que Paulo, então, nesse dia, João catalogará mais de 90 livros.

Resolução

Item I

Paulo cataloga $\frac{1}{4}$, Maria cataloga $\frac{1}{3}$ e João, $\frac{5}{12}$. Para comparar essas frações, a melhor maneira é escrevê-las com o mesmo denominador. Vamos calcular o MMC dos denominadores.

3, 4, 12 2
3, 2, 6 2
3, 1, 3 3
1, 1, 1

Portanto, $\text{mmc}(3,4,12) = 2 \times 2 \times 3 = 12$.

Para escrever as frações dadas com denominador 12, devemos dividir 12 pelo denominador e multiplicar o resultado pelo numerador.



A primeira fração é $1/4$. Observe que $12/4 = 3$ e $3 \times 1 = 3$. Portanto,

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$$

A segunda fração é $1/3$. Observe que $12/3 = 4$ e $4 \times 1 = 4$. Portanto,

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$$

A última fração já tem denominador 12.

$$\frac{5}{12} = \frac{5}{12}$$

Assim, podemos dizer que Paulo cataloga $3/12$, Maria cataloga $4/12$ e João, $5/12$. Logo, o mais eficiente é João. O item I está errado.

Vamos ao **item II**.

A quantidade de livros catalogados é sempre um número natural. Não tem como uma pessoa catalogar π livros ou $\sqrt{2}$ livros ou ainda $9/2$ livros.

Sabemos ainda que Paulo cataloga $1/4$, Maria cataloga $1/3$ e João, $5/12$. Portanto, a quantidade de livros catalogados em cada dia tem que ser um múltiplo de 4, de 3 e de 12. Para que um número seja múltiplo de 4, de 3 e de 12 simultaneamente, o número tem que ser múltiplo do MMC (mínimo múltiplo comum) desses números.

Já vimos que $mmc(4,3,12) = 12$. Portanto, o número de livros catalogados em cada dia tem que ser um múltiplo de 12.

Trabalhando de segunda a sexta, teremos uma soma de 5 múltiplos de 12, que também é um múltiplo de 12.

Portanto, o item II está certo.

Vamos ao **item III**.

Seja x o total de livros catalogados.

Paulo cataloga $1/4$, Maria cataloga $1/3$ e João, $5/12$.

Portanto, João cataloga $\frac{5x}{12}$ livros. No item III, fomos informados que João catalogou 375 livros. Logo,

$$\frac{5x}{12} = 375$$

$$5x = 12 \times 375$$

$$5x = 4.500$$

$$x = 900$$

Ao todo, foram catalogados 900 livros.

O volume de cada livro é de 2.000 cm^3 .

Vamos transformar essa medida para m^3 .

$$\begin{aligned} 2.000 \text{ cm}^3 &= 2.000 \times (0,01m)^3 = \\ &= 2.000 \times 0,000001m^3 = 0,002m^3 \end{aligned}$$

Esse é o volume de cada livro. Como são 900 livros, vamos multiplicar esse volume por 900.

$$900 \times 0,002m^3 = 1,8m^3$$

O volume total é inferior a 2 m^3 e o item III está errado.

Vamos ao **item IV**.

Paulo cataloga $1/4$, Maria cataloga $1/3$ e João, $5/12$.

Portanto, Maria e João, juntos, catalogam:

$$\frac{1}{3} + \frac{5}{12} = \frac{4 + 5}{12} = \frac{9}{12} = 0,75 = 75\% \text{ dos livros}$$

O item IV está certo.

Vamos ao **item V**.

Seja x o total de livros catalogados em determinado dia.

Paulo cataloga $1/4$, Maria cataloga $1/3$ e João, $5/12$. Portanto, Paulo cataloga $x/4$, Maria cataloga $x/3$ e João, $5x/12$.

Sabemos que Maria cataloga 20 livros a mais que Paulo.

$$Maria = Paulo + 20$$

$$\frac{x}{3} = \frac{x}{4} + 20$$

$$\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 20$$

$$\frac{4x - 3x}{12} = 20$$

$$\frac{x}{12} = 20$$

$$x = 12 \cdot 20 = 240$$

A quantidade de livros catalogados por João será

$$\frac{5x}{12} = \frac{5 \cdot 240}{12} = 100$$

João catalogará mais de 90 livros. O item V está certo.

Gabarito: Errado, certo, errado, certo, certo

6. (CESPE 2018/FUB)

Situação hipotética: Vanda, Sandra e Maura receberam R\$ 7.900 do gerente do departamento onde trabalham, para ser dividido entre elas, de forma inversamente proporcional a $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{9}$ e $\frac{3}{8}$, respectivamente. Assertiva: Nessa situação, Sandra deverá receber menos de R\$ 2.500.

Resolução

Sejam v , s e m as quantias recebidas por Vanda, Sandra e Maura, respectivamente.

Essas quantias são inversamente proporcionais a $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{9}$ e $\frac{3}{8}$.

Vamos começar a armar a proporção. Como a divisão é inversamente proporcional, a proporção terá a seguinte estrutura:

$$\frac{v}{\frac{1}{?}} = \frac{s}{\frac{1}{?}} = \frac{m}{\frac{1}{?}}$$

Nos lugares das interrogações, deveremos colocar os números $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{9}$ e $\frac{3}{8}$.

$$\frac{v}{\frac{1}{1/6}} = \frac{s}{\frac{1}{2/9}} = \frac{m}{\frac{1}{3/8}}$$

Vamos inverter as frações.

$$\frac{v}{6} = \frac{s}{9} = \frac{m}{8}$$

Observe que $6 = 6/1$.

$$\frac{v}{6} = \frac{s}{9} = \frac{m}{8}$$

Para evitar cálculos com frações, vamos multiplicar as frações dos denominadores pelo mmc dos denominadores. Como $mmc(1,2,3) = 6$, então vamos multiplicar as três frações por 6.

$$\frac{v}{\frac{6}{1} \times 6} = \frac{s}{\frac{9}{2} \times 6} = \frac{m}{\frac{8}{3} \times 6}$$

$$\frac{v}{36} = \frac{s}{27} = \frac{m}{16}$$

Obviamente, com a prática, você fará esse passo a passo bem rápido.

Agora é só aplicar a propriedade das proporções. Toda proporção pode ser prolongada. Basta somar os numeradores e denominadores. A soma dos numeradores é a soma das quantias: 7.900 reais. A soma dos denominadores é $36 + 27 + 16 = 79$.

$$\frac{v}{36} = \frac{s}{27} = \frac{m}{16} = \frac{7.900}{79}$$

$$\frac{v}{36} = \frac{s}{27} = \frac{m}{16} = 100$$

Queremos calcular o valor recebido por Sandra.

$$s = 27 \times 100 = 2.700$$

Sandra receberá mais de 2.500 reais. O item está errado.

Há outras maneiras semelhantes de armar a proporção e resolver o problema, mas basicamente as contas serão as mesmas.

Gabarito: Errado



7. (CESPE 2018/FUB)

Se $\frac{x}{x-1} < 1$, então $x < 1$.

Questãozinha sobre inequações.

Vamos trazer 1 para o primeiro membro.

$$\frac{x}{x-1} - 1 < 0$$

Observe que $1 = (x-1)/(x-1)$. Logo,

$$\frac{x}{x-1} - \frac{x-1}{x-1} < 0$$

$$\frac{x - x + 1}{x-1} < 0$$

$$\frac{1}{x-1} < 0$$

Temos aqui uma fração em que o numerador é positivo. Para que o resultado seja menor que 0 (negativo), o denominador tem que ser negativo.

$$x - 1 < 0$$

$$x < 1$$

O item está certo.

Gabarito: Certo

8. (CESPE 2018/FUB)

O valor de máximo para a função $f(x) = -2x^2 + 96x + 440$ ocorre em $x = 28$.

Resolução

Temos uma função quadrática em que o coeficiente dominante (a) é negativo. Portanto, seu gráfico é uma parábola com a concavidade voltada para baixo.

Dessa forma, a função admite um ponto de máximo. O ponto de máximo ocorre no vértice da parábola. A abscissa do vértice (x do vértice) é dado por:



$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

Observe que $a = -2$ e $b = 96$. Portanto,

$$x_v = \frac{-96}{2 \times (-2)} = \frac{-96}{-4}$$

$$x_v = 24$$

O item está errado.

Gabarito: Errado

9. (CESPE 2018/FUB)

Se uma dívida de R\$ 1.000,00 for paga um ano após o vencimento, à taxa de juros compostos de 7% ao mês, então, considerando-se 1,5 como valor aproximado para $1,07^6$, o total pago será superior a R\$ 2.000,00.

Resolução

Aplicação direta da fórmula do montante na capitalização composta.

$$M = C \cdot (1 + i)^n$$

O capital é de $C = 1.000$, a taxa é de 7% ao mês e o prazo é de 12 meses.

$$M = 1.000 \cdot (1 + 0,07)^{12}$$

Observe que $1,07^{12} = (1,07^6)^2$. Portanto,

$$M = 1.000 \cdot (1,07^6)^2$$

$$M = 1.000 \cdot 1,5^2$$

$$M = 1.000 \cdot 2,25$$

$$M = 2.250$$

O item está certo.

Gabarito: Certo

(CESPE 2018/FUB)

Considerando que 4 livros de matemática e 6 livros de física devam ser acomodados em uma estante, de modo que um fique ao lado do outro, julgue os itens seguintes.

10. A quantidade de maneiras distintas de se acomodar esses livros na estante de forma que os livros de matemática fiquem todos à esquerda dos livros de física é igual a 720.

11. Se dois livros forem escolhidos aleatoriamente entre os 10, então a probabilidade de pelo menos um deles ser de matemática será igual a $\frac{2}{3}$.

Resolução

Item I.

Temos a seguinte situação.

$$\boxed{M_1 M_2 M_3 M_4} \quad \boxed{F_1 F_2 F_3 F_4 F_5 F_6}$$

As caixas estão fixas, pois queremos que os livros de Matemática fiquem todos à esquerda dos livros de física.

Podemos, entretanto, permutar os livros de Matemática entre si e também permutar os livros de física entre si.

Portanto, o total de maneiras de acomodar esses livros na estante é

$$P_4 \times P_6 = 4! \times 6!$$

Observe que $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$. É fácil perceber que $4! \times 6!$ não é igual a 720.

O item I está errado.

Item II.

Vamos utilizar a probabilidade complementar. O que não queremos? Não queremos que dois livros de física sejam selecionados.

Probabilidade que não queremos $\rightarrow$ 1º livros de Física e 2º livro de Física

A probabilidade de o primeiro livro ser de física é $\frac{6}{10}$. A probabilidade de o segundo livro ser de física é $\frac{5}{9}$. Portanto, a probabilidade de os dois livros sorteados serem de física é

$$\frac{6}{10} \times \frac{5}{9} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$$



Portanto, a probabilidade que queremos, ou seja, a probabilidade de pelo menos um dos dois livros sorteados ser de Matemática é:

$$1 - (\text{probabilidade que não queremos}) =$$

$$= 1 - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{2}{3}$$

O item está certo.

Poderíamos também ter feito de uma maneira bem mais lenta. Como queremos que pelo menos um dos livros seja de Matemática, há 3 casos a considerar:

i) O primeiro livro é de Matemática e o segundo livro é de Física.

ii) O primeiro livro é de Física e o segundo é de Matemática.

iii) Os dois livros são de Matemática.

Assim, a probabilidade total é:

$$\underbrace{\frac{4}{10}}_{\substack{1^{\circ} \text{ livro} \\ \text{Matemática}}} \times \underbrace{\frac{6}{9}}_{\substack{2^{\circ} \text{ livro} \\ \text{Física}}} \quad \text{ou} \quad \underbrace{\frac{6}{10}}_{\substack{1^{\circ} \text{ livro} \\ \text{Física}}} \times \underbrace{\frac{4}{9}}_{\substack{2^{\circ} \text{ livro} \\ \text{Matemática}}} \quad \text{ou} \quad \underbrace{\frac{4}{10} \times \frac{3}{9}}_{\substack{\text{os 2 livros são} \\ \text{de Matemática}}} =$$

$$= \frac{24}{90} + \frac{24}{90} + \frac{12}{90}$$

$$= \frac{60}{90} = \frac{2}{3}$$

Gabarito: Errado, certo

(CESPE 2018/FUB)

A tabela seguinte mostra as quantidades de livros de uma biblioteca que foram emprestados em cada um dos seis primeiros meses de 2017.

	mês					
	1	2	3	4	5	6
quantidade	50	150	250	250	300	200

A partir dessa tabela, julgue os próximos itens.

12. Situação hipotética: Os livros emprestados no referido semestre foram devolvidos somente a partir de julho de 2017 e os números correspondentes às quantidades de livros devolvidos a cada mês formavam uma progressão aritmética em que o primeiro termo era 90 e razão, 30. **Assertiva:** Nessa situação, mais de 200 livros foram devolvidos somente a partir de 2018.

13. A mediana dos números correspondentes às quantidades de livros emprestados no primeiro semestre de 2017 é igual a 200.

Resolução

Item I.

O total de livros emprestados no primeiro semestre é:

$$50 + 150 + 250 + 250 + 300 + 200 = 1.200$$

Os livros devolvidos no segundo semestre formam um P.A. em que o primeiro termo é 90 e a razão é 30.

$$(90, 120, 150, 180, 210, 240)$$

O total de livros devolvidos é a soma dos termos dessa P.A.. Você pode somar termo a termo, ou aplicar a fórmula da soma dos termos de uma P.A..

$$S = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$S = \frac{(90 + 240) \cdot 6}{2}$$

$$S = 330 \times 2 = 660$$

O total de livros emprestados em 2017 foi 1.200 e o total de livros devolvidos foi 990. Portanto, ainda faltam ser devolvidos:

$$1.200 - 990 = 210 \text{ livros}$$

Esses livros foram devolvidos somente a partir de 2018. O item está certo.

Vamos ao **item II**.

Queremos calcular a mediana. O primeiro passo é colocar os termos em ordem crescente.

50, 150, 200, 250, 250, 300

Quando o número de termos é par, a mediana é a média dos termos centrais.

50, 150, 200, 250, 250, 300
termos centrais

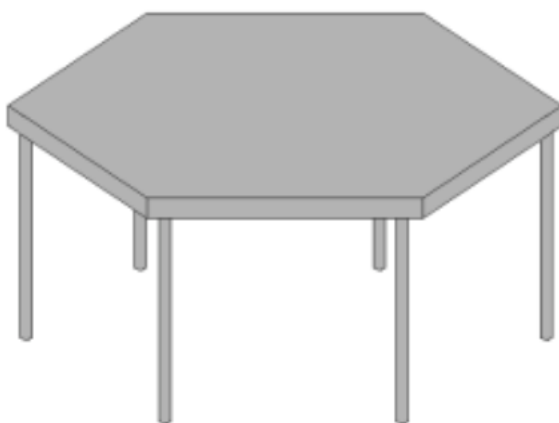
$$Md = \frac{200 + 250}{2} = 225$$

O item está errado.

Gabarito: Certo, errado

(CESPE 2018/FUB)

A figura a seguir mostra uma mesa em que o tampo é um hexágono regular cujo lado mede 80 cm.



Julgue os itens que se seguem, a respeito da geometria do tampo dessa mesa.

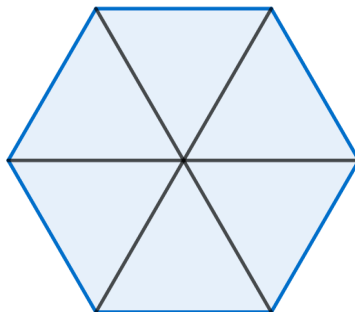
14. A distância entre dois lados paralelos do tampo da mesa é superior a 1,3 m.

15. Se esse tampo tiver espessura de 2 cm, então o seu volume será superior a 0,04 m³.

Resolução

Item I.

Qualquer hexágono regular pode ser dividido em 6 triângulos equiláteros. Observe:



Assim, a distância entre dois lados paralelos corresponde a **duas vezes** a altura de um triângulo equilátero.

A altura de um triângulo equilátero de lado ℓ é dada por $\frac{\ell\sqrt{3}}{2}$. Portanto, a distância entre dois lados paralelos do hexágono é:

$$\begin{aligned} 2 \times \frac{\ell\sqrt{3}}{2} &= \\ &= \ell\sqrt{3} \end{aligned}$$

O lado do hexágono mede $80 \text{ cm} = 0,8 \text{ m}$. Portanto,

$$= 0,8\sqrt{3} \text{ m}$$

Usando uma aproximação $\sqrt{3} \cong 1,73$, temos:

$$\cong 0,8 \times 1,73 \text{ cm} = 1,384 \text{ m}$$

Esse valor é superior a $1,3 \text{ m}$. O item I está certo.

Item II.

Para calcular o volume do tampo, devemos multiplicar a área do hexágono pela espessura do tampo.

Vimos que o hexágono pode ser dividido em 6 triângulos equiláteros. A área de cada triângulo equilátero de lado ℓ é dada por

$$\frac{\ell^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

Como o hexágono foi dividido em 6 triângulos equiláteros, então vamos multiplicar a fórmula anterior por 6.

$$\text{Área do hexágono} = 6 \times \frac{\ell^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

O lado do hexágono é $\ell = 0,8\text{m}$. A espessura do tampo é $2\text{ cm} = 0,02\text{ m}$. Portanto, o volume do tampo é

$$\text{Volume} = \text{Área do hexágono} \times \text{espessura}$$

$$V = 6 \times \frac{\ell^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \times 0,02$$

$$V = 6 \times \frac{0,8^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \times 0,02$$

$$V \cong 6 \times \frac{0,8^2 \cdot 1,73}{4} \times 0,02$$

$$V \cong 0,033216\text{ m}^3$$

Esse valor é inferior a $0,04\text{ m}^3$. O item está errado.

Gabarito: Certo, Errado.