Oi, pessoal.

Aqui quem vos fala é o professor Guilherme Neves!!

Lembrem-se de me acompanhar pelo Instagram **@profguilhermeneves** para receber dicas diárias e questões comentadas.

Vamos resolver a prova de Matemática para o concurso para Oficial da PM-SP.

QUESTÕES COMENTADAS

61. (VUNESP 2018/PM-SP – Oficial)

A tabela apresenta o número de tiros que uma pessoa deu nos 5 dias que treinou em um clube de tiros.

DIA DA SEMANA	NÚMERO DE TIROS
Segunda-feira	42
Terça-feira	43
Quarta-feira	38
Quinta-feira	35
Sexta-feira	42

Naquela semana, a média aritmética diária de tiros que essa pessoa deu, nesse clube, foi

(A) 38.

(B) 39.

(C) 40.

(D) 41.

(E) 42.

Resolução

Para calcular a média aritmética, basta somar os valores e dividir pela quantidade de termos.

$$\overline{x} = \frac{42 + 43 + 38 + 35 + 42}{5}$$

$$\overline{x} = \frac{200}{5} = 40$$

Gabarito: C

---

62. (VUNESP 2018/PM-SP – Oficial)

Sobre um mapa de uma região, foi aplicado um sistema de coordenadas cartesianas, em que cada segmento de medida unitária, nesse sistema, correspondia a 1,5 quilômetros reais e, nesse sistema, duas praças foram identificadas com as coordenadas (1, –3) e (4, 1).

A distância real, em linha reta, em quilômetros, entre essas praças é de

(A) 5,0.

(B) 5,5.

(C) 6,0.

(D) 7,5.

(E) 8,0.

Resolução

Primeiro vamos aplicar a fórmula da distância entre dois pontos no plano cartesiano.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(4 - 1)^2 + (1 - (-3))^2}$$

$$d = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = 5$$

Assim, a distância real é:

$$5 \times 1{,}5\ km = 7{,}5\ km$$

Gabarito: D

---

63. (VUNESP 2018/PM-SP – Oficial)

Em uma estrada, há telefones SOS instalados a cada 3 quilômetros, sendo o primeiro instalado no quilômetro 5. Do quilômetro 21 ao quilômetro 99, o número de telefones instalados nessa estrada é

(A) 32.

(B) 30.

(C) 28.

(D) 26.

(E) 24.

Resolução

Os telefones foram instalados nos quilômetros $(5, 8, 11, 14, \dots)$.

Esta sequência é uma progressão aritmética de razão igual a 3.

Estes telefones iniciais não nos interessam. Vamos continuar um pouco a sequência.

$$(5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29 \ \dots)$$

Estamos interessados apenas nos telefones instalados a partir do quilômetro 21.

$$(23, 26, 29 \ \dots)$$

O último termo desta progressão tem que ser no máximo igual a 99.

$$a_n \leq 99$$

$$a_1 + (n-1) \cdot r \leq 99$$

$$23 + (n-1) \cdot 3 \leq 99$$

$$23 + 3n - 3 \leq 99$$

$$20 + 3n \leq 99$$

$$3n \leq 79$$

$$n \leq \frac{79}{3}$$

$$n \leq 26{,}333\ldots$$

O último termo será calculado com o o maior valor de n que satisfaz a condição acima.

Como n é o número de termos, então n é um número natural. O valor de n não pode ser igual a 26,333... .

Portanto,

$$n = 26$$

Gabarito: D

---

64. (VUNESP 2018/PM-SP – Oficial)

Um comerciante vende todos os seus produtos com acréscimo de 50% sobre o valor de custo. Certo dia, ele fez uma promoção em todos os produtos que vende, concedendo desconto de 10% sobre o preço normal de venda. Nesse dia, esse comerciante vendeu cada unidade de um de seus pro- dutos pelo preço promocional de R$ 27,00. Sendo assim, o valor unitário de custo desse produto foi

(A) R$ 22,40.

(B) R$ 20,00.

(C) R$ 18,60.

(D) R$ 16,00.

(E) R$ 14,80.

Resolução

Seja x o preço de custo. Ao aumentar o custo em 50%, devemos multiplicar x por 100% + 50% = 150% = 1,50.

Ao conceder um desconto de 10%, devemos multiplicar o novo valor por 100% - 10% = 90% = 0,90.

Portanto,

$$x \cdot 1{,}50 \cdot 0{,}90 = 27$$

$$x \cdot 1{,}35 = 27$$

$$x = 20$$

Gabarito: B

---

65. (VUNESP 2018/PM-SP – Oficial)

Em uma turma com 30 alunos, sendo 13 homens e 17 mulheres, deseja-se escolher, aleatoriamente, um representante, um vice-representante e um suplente, de modo que esse grupo não seja composto somente por homens e não seja composto somente por mulheres. O número total de possibilidades para fazer essa escolha é igual a

(A) 3094.

(B) 7050.

(C) 10919.

(D) 14786.

(E) 18564.

Resolução

Observe que cada pessoa tem uma função no grupo. Portanto, não podemos utilizar combinações, pois, neste caso, estaríamos desconsiderando que existe uma ordem entre as pessoas no grupo.

Se não houvesse restrições, o total de grupos, sem levar em consideração o sexo das pessoas, seria:

$$30 \times 29 \times 28 = 24.360$$

Entretanto, não queremos grupos formados exclusivamente por homens nem grupos formados apenas por mulheres.

O total de grupos formados apenas por homens é:

$$13 \times 12 \times 11 = 1.716$$

O total de grupos formados apenas por homens é:

$$17 \times 16 \times 15 = 4.080$$

Assim, vamos subtrair do total os grupos formados apenas por homens ou apenas por mulheres.

$$24.360 - 1.716 - 4.080 = 18.564$$

Gabarito: E

---

66. (VUNESP 2018/PM-SP – Oficial)

Resolvendo-se a equação algébrica $x^3 - 7x^2 + 16x = 10$, identificam-se três raízes distintas.

A soma dessas raízes é igual a:

(A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) 6

(E) 7

Resolução

Arrumando a equação, temos:

$$x^3 - 7x^2 + 16x - 10 = 0$$

Temos aqui um polinômio do terceiro grau do tipo $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, em que $a = 1$, $b = -7$, $c = 16$ e $d = -10$.

Sejam $x_1, x_2\ e\ x_3$ as suas raízes. A soma das raízes é dada pela relação de Girard.

$$S = x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}$$

$$S = -\frac{-7}{1} = +7$$

Gabarito: E

---

67. (VUNESP 2018/PM-SP – Oficial)

O sistema linear $\begin{cases} x - 3y + 4z = -4 \\ 3x - 7y + 7z = -8 \\ -4x + 6y - z = \alpha - 1 \end{cases}$ terá solução somente quando o valor de α for igual a

(A) 2

(B) 3

(C) 4

(D) 5

(E) 6

Resolução

Vamos calcular o determinante da matriz dos coeficientes.

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 3 & -7 & 7 \\ -4 & 6 & -1 \end{vmatrix}$$

Vamos repetir as duas primeiras colunas e aplicar a regra de Sarrus.

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 3 & -7 & 7 \\ -4 & 6 & -1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & -3 \\ 3 & -7 \\ -4 & 6 \end{matrix}$$

$$D = 1 \cdot (-7) \cdot (-1) - 3 \cdot 7 \cdot (-4) + 4 \cdot 3 \cdot 6 - (-3) \cdot 3 \cdot (-1) - 1 \cdot 7 \cdot 6 - 4 \cdot (-7) \cdot (-4)$$

$$D = 7 + 84 + 72 - 9 - 42 - 112 = 0$$

Como D = 0, o sistema pode ser impossível (não existem soluções) ou possível e indeterminado (existem infinitas soluções).

Como queremos que existam soluções, vamos impor que o sistema seja possível e indeterminado.

Vamos substituir alguma coluna pelos termos independentes e igualar o determinante a zero.

Vamos, por exemplo, substituir a terceira coluna pelos termos independentes.

$$D_z = \begin{vmatrix} 1 & -3 & -4 \\ 3 & -7 & -8 \\ -4 & 6 & \alpha - 1 \end{vmatrix}$$

Vamos repetir as duas primeiras colunas e aplicar a regra de Sarrus.

$$D_z = \begin{vmatrix} 1 & -3 & -4 \\ 3 & -7 & -8 \\ -4 & 6 & \alpha - 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & -3 \\ 3 & -7 \\ -4 & 6 \end{matrix}$$

$$D_z = 0$$

$$1 \cdot (-7) \cdot (\alpha - 1) - 3 \cdot (-8) \cdot (-4) - 4 \cdot 3 \cdot 6 - (-3) \cdot 3 \cdot (\alpha - 1) - 1 \cdot (-8) \cdot 6 - 4 \cdot (-7) \cdot (-4) = 0$$

$$-7\alpha + 7 - 96 - 72 + 9\alpha - 9 + 48 + 112 = 0$$

$$2\alpha = 10$$

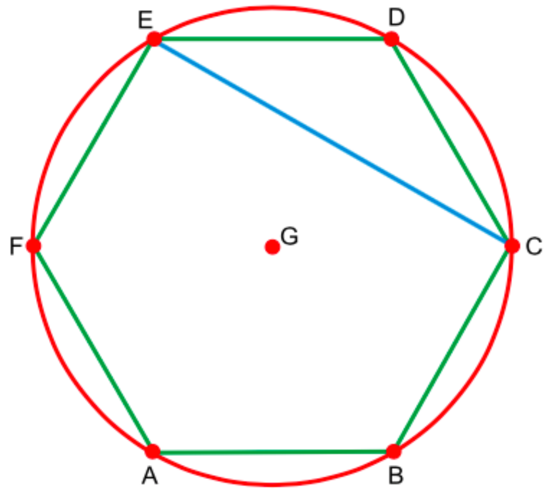
$$\alpha = 5$$

Gabarito: D

---

68. (VUNESP 2018/PM-SP – Oficial)

A figura apresenta um hexágono regular inscrito em uma circunferência de centro G e diâmetro igual a 20 centímetros.



A medida, em centímetros, do segmento de reta de extremidades C e E é igual a

a) $10\sqrt{3}$

b) $11\sqrt{3}$

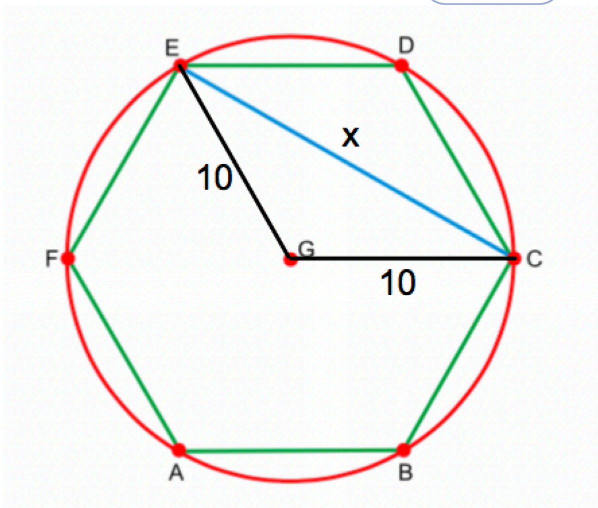
c) $12\sqrt{3}$

d) $13\sqrt{3}$

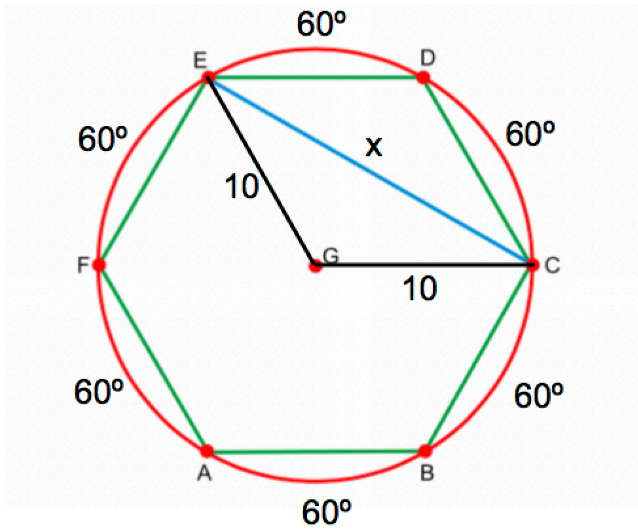
e) $14\sqrt{3}$

Resolução

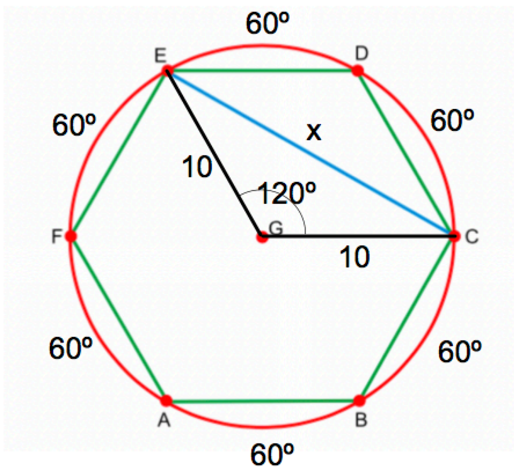
Vamos traçar os raios GE e GC. Como o diâmetro mede 20 cm, então o raio mede 10 cm.



A circunferência foi dividida em 6 arcos congruentes. Cada arco mede 360º/6 = 60º.



O ângulo central CGE compreende o arco CDE, que mede 120º. Portanto, o ângulo CGE mede 120º.



Vamos aplicar a lei dos cossenos no triângulo CGE.

$$x^2 = 10^2 + 10^2 - 2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \cos 120°$$

$$x^2 = 100 + 100 - 200 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$x^2 = 100 + 100 + 100$$

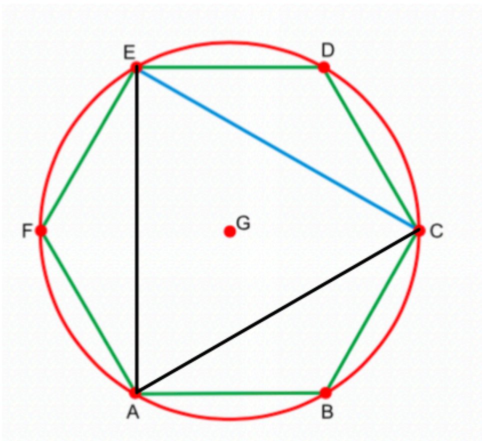
$$x^2 = 300$$

$$x^2 = 100 \cdot 3$$

$$x = 10\sqrt{3}$$

A resposta é a alternativa A. Vamos resolver de outra forma.

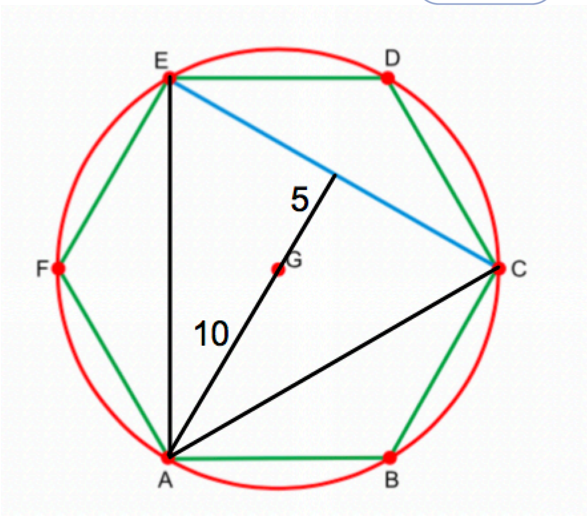
O raio da circunferência é 10 cm. Observe o seguinte triângulo equilátero que pode ser construído.



O triângulo AEC é um triângulo equilátero. No triângulo equilátero, o circuncentro, o incentro, o baricentro e o ortocentro coincidem.

Vamos traçar a altura relativa ao vértice A do triângulo.

G, que é o baricentro, divide esta altura (que é a mediana também) na razão 2:1. Como AG é igual a 10, o outro segmento entre o baricentro e o lado medirá 5 cm.



Desta forma, a altura do triângulo equilátero mede 10 + 5 = 15 cm. O lado do triângulo CE mede ℓ.

Vamos aplicar a fórmula da altura de um triângulo equilátero.

$$\frac{\ell\sqrt{3}}{2} = 15$$

$$\ell\sqrt{3} = 30$$

$$\ell = \frac{30}{\sqrt{3}}$$

Vamos racionalizar o denominador.

$$\ell = \frac{30}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\ell = \frac{30\sqrt{3}}{3}$$

$$\ell = 10\sqrt{3}$$

Gabarito: A

---

69. (VUNESP 2018/PM-SP – Oficial)

Na igualdade a seguir, estão relacionados o tempo *t*, necessário para garantir um montante *M*, na aplicação de um capital *C*, à taxa de juros compostos *i*.

$$log\ M - log\ C - log\ (1+i)^t = 0$$

Aproximando-se log 2 para 0,30 e log 3 para 0,48, uma aplicação de R$ 2.000,00, à taxa de juros compostos de 20% ao ano, gerará um montante de R$ 3.000,00 em um período de meses igual a

(A) 25.
(B) 26.
(C) 27.
(D) 28.
(E) 29.

Resolução

Vamos substituir M por 3.000, C por 2.000 e i por $20\% = 0{,}2$.

$$log\ 3.000 - log\ 2.000 - log\ (1+0{,}2)^t = 0$$

$$log\ 3.000 - log\ 2.000 - log\ (1{,}2)^t = 0$$

$$log\ (3 \cdot 1.000) - log\ (2 \cdot 1.000) - log\ (1{,}2)^t = 0$$

Vamos aplicar a propriedade do logaritmo do produto e do logaritmo da potência.

$$\log 3 + \log 1.000 - (\log 2 + \log 1.000) - t \cdot \log 1{,}2 = 0$$

$$\log 3 + \log 1.000 - \log 2 - \log 1.000 - t \cdot \log 1{,}2 = 0$$

$$\log 3 - \log 2 - t \cdot \log 1{,}2 = 0$$

$$\log 3 - \log 2 = t \cdot \log 1{,}2$$

Observe que:

$$1{,}2 = \frac{12}{10} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{10}$$

Portanto,

$$\log 3 - \log 2 = t \cdot \log\left(\frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{10}\right)$$

$$\log 3 - \log 2 = t \cdot (\log 2 + \log 2 + \log 3 - \log 10)$$

Vamos agora substituir os valores, lembrando que $log\ 10 = 1$.

$$0{,}48 - 0{,}30 = t \cdot (0{,}30 + 0{,}30 + 0{,}48 - 1)$$

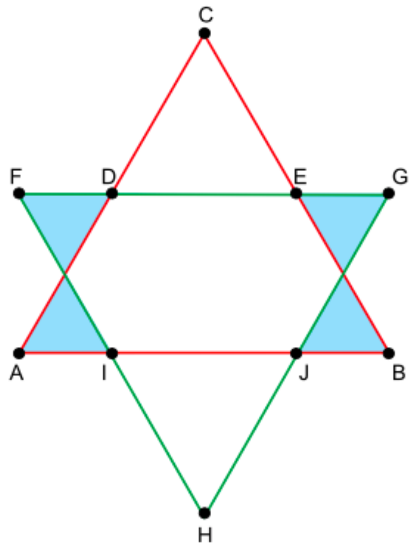
$$0{,}18 = t \cdot (0{,}08)$$

$$t = 2{,}25\ anos$$

$$t = 2{,}25 \times 12\ meses = 27\ meses$$

70. (VUNESP 2018/PM-SP – Oficial)

Na figura, os triângulos ABC e FGH são equiláteros, de lados medindo 10 centímetros.



Sabendo-se que os pontos D e E dividem ao meio os lados AC e BC, respectivamente, a área, em centímetros quadrados, da região plana formada pelos quatro triângulos com o interior pintado é igual a

a) $\frac{15\sqrt{3}}{2}$

b) $\frac{25\sqrt{3}}{4}$

c) $5\sqrt{3}$

d) $\frac{15\sqrt{3}}{4}$

e) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

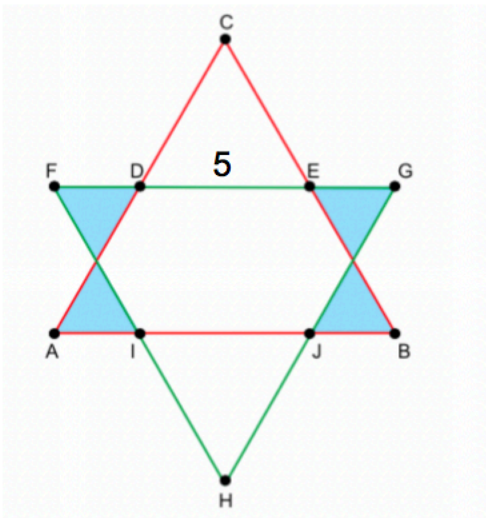
Resolução

Os triângulos sombreados são equiláteros. Precisamos calcular o lado de cada um desses triângulos.

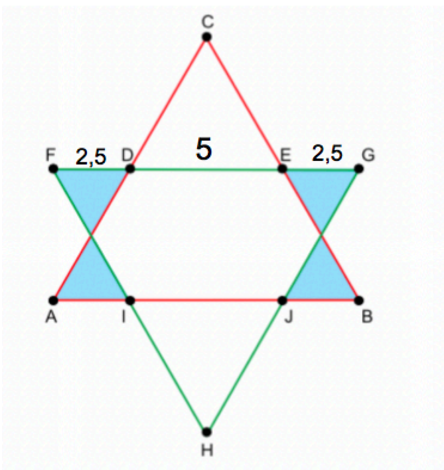
O segmento que liga os pontos médios de dois lados de um triângulo é chamado de base média. A base média mede a metade do lado paralelo a ele.

Desta forma,

$$DE = \frac{AB}{2} = \frac{10}{2} = 5$$



Observe o lado FG. Sabemos que $FG = 10$. Como $DE = 5$, então $FD = EG = 2{,}5$. Desta forma, $FD + DE + EG = 2{,}5 + 5 + 2{,}5 = 10$.



Assim, o lado de cada triângulo equilátero azul mede 2,5 cm. A área de cada triângulo equilátero de lado ℓ é dada por:

$$\frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$$

Como são 4 triângulos, vamos multiplicar esta fórmula por 4 e substituir ℓ por 2,5 cm.

$$4 \times \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4} =$$

$$= \ell^2\sqrt{3}$$

$$= (2{,}5)^2 \cdot \sqrt{3}$$

$$= \left(\frac{5}{2}\right)^2 \cdot \sqrt{3}$$

$$= \frac{25}{4} \cdot \sqrt{3}$$

Gabarito: B