

TÉCNICO(A) DE ADMINISTRAÇÃO E CONTROLE JÚNIOR
TÉCNICO(A) DE COMERCIALIZAÇÃO E LOGÍSTICA JÚNIOR

PROFESSOR ARTHUR LIMA – ESTRATÉGIA CONCURSOS

CESGRANRIO – PETROBRÁS – 2018) Uma mercadoria no valor A será comprada em duas parcelas iguais a p, calculadas a partir de uma taxa de juros mensal fixa i, no regime de juros compostos, sendo a primeira parcela paga 1 mês após a compra, e a segunda, 2 meses após a compra. A expressão da taxa i de correção do dinheiro, usada pela loja para calcular as parcelas, é dada por

(A) $i = \frac{p}{A}$

(B) $i = \frac{p + \sqrt{p^2 - 4Ap}}{2A}$

(C) $i = \frac{p + \sqrt{p^2 + 4Ap}}{2A}$

(D) $i = \frac{p + A + \sqrt{p^2 + 4Ap}}{2A}$

(E) $i = \frac{p - 2A + \sqrt{p^2 + 4Ap}}{2A}$

RESOLUÇÃO:

Podemos dizer que a soma dos valores presentes das prestações é igual ao valor do produto à vista, ou seja,

$$A = \frac{p}{1+i} + \frac{p}{(1+i)^2}$$

Multiplicando todos os termos por $(1+i)^2$, temos:

$$A \cdot (1+i)^2 = p \cdot (1+i) + p$$

$$A \cdot (1 + 2i + i^2) = p + p \cdot i + p$$

$$A + 2Ai + Ai^2 = p + p \cdot i + p$$

$$Ai^2 + 2A \cdot i - p \cdot i + A - 2p = 0$$

$$Ai^2 + (2A - p)i + A - 2p = 0$$

Na fórmula de Báskara:

$$i = \frac{-(2A - p) \pm \sqrt{(2A - p)^2 - 4 \cdot A \cdot (A - 2p)}}{2A}$$

$$i = \frac{-(2A - p) \pm \sqrt{4A^2 - 4Ap + p^2 - 4 \cdot A^2 + 8Ap}}{2A}$$

$$i = \frac{p - 2A \pm \sqrt{4Ap + p^2}}{2A}$$

Como i deve ser um valor único, e positivo, podemos ficar somente com o sinal de $+$ na equação acima, ou seja:

$$i = \frac{p - 2A + \sqrt{4Ap + p^2}}{2A}$$

Resposta: E

CESGRANRIO – PETROBRÁS – 2018) Com os elementos de $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, podemos montar numerais de 3 algarismos distintos. Quantos desses numerais representam números múltiplos de 4?

- (A) 16
- (B) 20
- (C) 24
- (D) 28
- (E) 32

RESOLUÇÃO:

Para formar múltiplos de 4, é preciso que o número formado pelos 2 últimos algarismos sejam múltiplos de 4.

Os múltiplos de 4 formados por 2 dos algarismos acima são:

12, 16

24,

32, 36,

52, 56,

64

Ou seja, temos 8 múltiplos de 2, que serão os dois últimos algarismos do número a ser formado. Para o primeiro algarismo, teremos, em cada caso, apenas 4 possibilidades (afinal, dos 6 algarismos disponíveis, 2 já estão escolhidos para as duas últimas casas).

Ficamos com $4 \times 8 = 32$ possíveis números de três algarismos.

Resposta: E

CESGRANRIO – PETROBRÁS – 2018) Se n é um número inteiro positivo, quantos valores de n fazem com que a expressão

$$E = \frac{n^2 - 5n + 6}{n + 1}$$
 seja um número inteiro?

(A) 4

(B) 5

(C) 6

(D) 8

(E) 12

RESOLUÇÃO:

Observe que a expressão do numerador pode ser fatorada assim:

$$(n-2) \cdot (n-3)$$

Assim, ficamos com:

$$E = \frac{(n-2) \cdot (n-3)}{n+1}$$

Veja que $n = 1$ deixa a expressão igual a 1, que é inteiro.

Veja que $n = 2$ e $n = 3$ deixam a expressão igual a zero, que é um número inteiro.

Além disso, $n = 5$ deixa a expressão igual a 1, que também é inteiro.

Veja ainda que $n = 11$ deixa a expressão igual a 6, que é inteiro.

Temos 5 possibilidades.

Resposta: B

CESGRANRIO – PETROBRÁS – 2018) Sejam A uma matriz quadrada de ordem 2 e B uma matriz quadrada de ordem 3, tais que $\det A \cdot \det B = 1$. O valor de $\det(3A) \cdot \det(2B)$ é

- (A) 5
- (B) 6
- (C) 36
- (D) 72
- (E) 108

RESOLUÇÃO:

Vale lembrar que $\det(a.M) = \det(M).a^n$, onde n é a ordem da matriz M.

Ou seja,

$$\det(3A) = \det(A).3^2 = 9\det(A)$$

$$\det(2B) = \det(B).2^3 = 8\det(B)$$

Logo,

$$\begin{aligned} \det(3A) \cdot \det(2B) &= \\ 9\det(A) \cdot 8\det(B) &= \\ 72 \cdot \det(A) \cdot \det(B) &= \\ 72 \cdot 1 &= \\ 72 & \end{aligned}$$

Resposta: D

CESGRANRIO – PETROBRÁS – 2018) Os valores a e b que atendem ao sistema

$$\begin{cases} \sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt[4]{2} \\ \log_2 a + \log_2 b = 3 \end{cases}$$

são também raízes da equação do segundo grau $x^2 - Sx + P = 0$.

O produto $S \cdot P$ é igual a

- (A) $-12\sqrt{2}$
- (B) $-18\sqrt{2}$
- (C) $-24\sqrt{2}$

(D) $-30\sqrt{2}$

(E) $-36\sqrt{2}$

RESOLUÇÃO:

Veja que:

$$\log_2 a + \log_2 b = 3$$

$$\log_2(a \cdot b) = 3$$

$$a \cdot b = 2^3$$

$$a \cdot b = 8$$

Ou seja, o produto das raízes da equação de segundo grau é igual a 8. Sabemos que o produto das raízes de uma equação do segundo grau do tipo $ax^2 + bx + c = 0$ é dado por c/a . Isto é,

$$x^2 - Sx + P = 0$$

$$\text{Produto das raízes} = P/1$$

$$8 = P/1$$

$$P = 8$$

Veja ainda que:

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt[4]{2}$$

Elevando os dois lados ao quadrado, temos:

$$a + 2\sqrt{a \cdot b} + b = \sqrt{2}$$

$$a + 2\sqrt{8} + b = \sqrt{2}$$

$$a + b = \sqrt{2} - 2\sqrt{8}$$

$$a + b = \sqrt{2} - 2 \cdot 2\sqrt{2}$$

$$a + b = \sqrt{2} - 4\sqrt{2}$$

$$a + b = -3\sqrt{2}$$

Ou seja, a soma das raízes da equação de segundo grau é igual a $-3\sqrt{2}$. Sabemos que a soma das raízes de uma equação do segundo grau do tipo $ax^2 + bx + c = 0$ é dada por $-b/a$. Ou seja,

$$x^2 - Sx + P = 0$$

$$\text{Soma das raízes} = -(-S)/1$$

$$-3\sqrt{2} = \frac{S}{1}$$

$$S = -3\sqrt{2}$$

Logo,

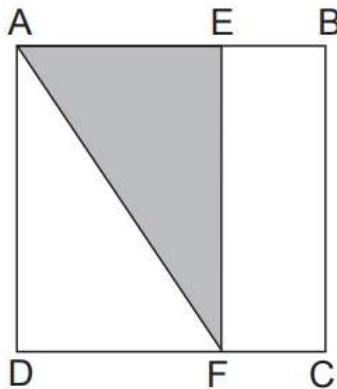
$$S.P =$$

$$-3\sqrt{2} \cdot 8 =$$

$$-24\sqrt{2}$$

Resposta: C

CESGRANRIO – PETROBRÁS – 2018) Na Figura a seguir, ABCD é um quadrado de lado 10, e EF é traçado perpendicularmente aos lados AB e CD de modo que a área do triângulo AEF é 30% da área do quadrado.



Quanto mede FC?

(A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) 6

(E) 7

RESOLUÇÃO:

A área do quadrado é $10^2 = 100$. Logo, a área do triângulo é $30\% \times 100 = 30$. A altura do triângulo é 10, ou seja, igual ao lado do quadrado. Já a sua base é AE. Podemos escrever que:

$$\text{Área do triângulo} = \text{base} \times \text{altura} / 2$$

$$30 = AE \times 10/2$$

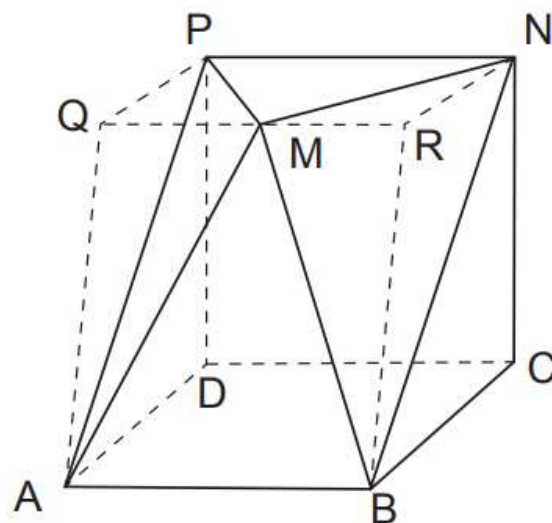
$$30 = AE \times 5$$

$$AE = 6$$

Como AE mede 6, e AB mede 10, podemos dizer que EB mede 4. Esta é a mesma medida de FC.

Resposta: B

CESGRANRIO – PETROBRÁS – 2018) A Figura a seguir representa um sólido obtido quando se cortam dois tetraedros de um prisma trapezoidal reto de bases PQAD e NRBC. As faces ABCD e PNCD são quadrados de lado 2 m, perpendiculares entre si, e o ponto M é tal que PM e MN têm mesmo comprimento e são perpendiculares entre si.



Qual o volume desse sólido, em m^3 ?

(A) 5

- (B) 6
- (C) 7
- (D) 16/3
- (E) 22/3

RESOLUÇÃO:

Observe que o triângulo PMN é retângulo, com ângulo de 90 graus em M, e com hipotenusa PN = 2. Os dois catetos são iguais, como disse o enunciado, pois PM = MN. Assim, vemos que $PM = MN = \sqrt{2}$ (basta aplicar o teorema de Pitágoras).

Agora veja o triângulo MNR. Nele, a hipotenusa é MN = $\sqrt{2}$, e o cateto MR mede 1 (pois ele é a metade de QR, cuja medida é igual a PN, ou seja, 2). Assim, o cateto RN tem que medir 1 também (basta aplicar Pitágoras).

Logo, olhando o tetraedro NMRB, vemos que a sua base é o triângulo MNR, e sua altura é igual a 2 (mesma medida de NC). Seu volume é, portanto:

$$\text{Volume do tetraedro} = \text{Área da Base} \times \text{altura} / 3$$

$$\text{Volume do tetraedro} = \frac{\left[\frac{1 \times 1}{2} \times 2\right]}{3} = \frac{1}{3}$$

Analogamente, o tetraedro PMQA também tem volume igual a 1/3.

O prisma trapezoidal tem a base NCBR, na forma de trapézio, e altura PN = 2. Para calcular a área de sua base trapezoidal, veja que NR é a base menor, medindo 1, e BC é a base maior, medindo 2, e a altura é NC, que também mede 2. Assim,

$$\text{Área do trapézio NCBR} = (\text{base maior} + \text{base menor}) \times \frac{\text{altura}}{2}$$

$$\text{Área do trapézio NCBR} = \frac{(2+1) \times 2}{2} = 3$$

O volume do prisma original é:

$$\text{Volume do prisma} = \text{Área da base} \times \text{altura}$$

$$\text{Volume do prisma} = 3 \times 2 = 6$$

Logo, o volume da figura resultante é obtido pegando-se o volume do prisma e retirando-se o volume de 2 tetraedros:

$$\text{Volume da figura} = 6 - 2 \times \frac{1}{3} = \frac{18}{3} - \frac{2}{3} = \frac{16}{3}$$

Resposta: D

CESGRANRIO – PETROBRÁS – 2018) O centro da circunferência λ : $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 4$ é o foco de uma parábola cuja diretriz é o eixo Ox do plano cartesiano. A equação dessa parábola é

- (A) $x^2 - 2x - 4y + 5 = 0$
- (B) $x^2 - 4x - y + 5 = 0$
- (C) $x^2 - 4x - 2y + 5 = 0$
- (D) $x^2 - 2x - 2y + 5 = 0$
- (E) $x^2 + 2x + 4y + 5 = 0$

RESOLUÇÃO:

Reescrevendo a equação da circunferência:

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 - 2x - 4y &= 4 \\x^2 - 2x + y^2 - 4y &= 4 \\x^2 - 2x + 1^2 - 1^2 + y^2 - 4y &= 4 \\(x - 1)^2 - 1 + y^2 - 4y &= 4 \\(x - 1)^2 - 1 + y^2 - 4y + 2^2 - 2^2 &= 4 \\(x - 1)^2 - 1 + (y - 2)^2 - 4 &= 4 \\(x - 1)^2 + (y - 2)^2 &= 9\end{aligned}$$

Vemos que o centro da circunferência é $(1,2)$. Este é o foco da parábola cuja diretriz é o eixo Ox, ou seja, a reta $y = 0$. A distância do foco até a reta diretriz ($y = 0$) é igual a 2, portanto este é o nosso parâmetro p . Note ainda que o vértice da parábola está em $x_0 = 1$ e $y_0 = 1$ também (metade da distância entre o foco e a reta diretriz).

A equação da parábola é dada por:

$$(x - x_0)^2 = 2p(y - y_0)$$

$$\begin{aligned}(x - 1)^2 &= 2.2(y - 1) \\ x^2 - 2x + 1 &= 4y - 4 \\ x^2 - 2x - 4y + 1 + 4 &= 0 \\ x^2 - 2x - 4y + 5 &= 0\end{aligned}$$

Resposta: A

CESGRANRIO – PETROBRÁS – 2018) Em uma progressão aritmética de 5 termos e primeiro termo 5, a soma dos quadrados dos três primeiros termos é igual à soma dos quadrados dos dois últimos termos. O maior valor possível para o último termo dessa progressão aritmética é

- (A) 5,5
- (B) 6
- (C) 6,5
- (D) 7
- (E) 7,5

RESOLUÇÃO:

Podemos representar os 5 termos da PA assim:

$$5, 5+R, 5+2R, 5+3R, 5+4R$$

A soma dos quadrados dos três primeiros termos é igual à soma dos quadrados dos dois últimos termos:

$$\begin{aligned}5^2 + (5+R)^2 + (5+2R)^2 &= (5+3R)^2 + (5+4R)^2 \\ 25 + 25 + 10R + R^2 + 25 + 20R + 4R^2 &= 25 + 30R + 9R^2 + 25 + \\ &40R + 16R^2 \\ 25 + 10R + R^2 + 20R + 4R^2 &= 30R + 9R^2 + 40R + 16R^2 \\ 25 + 30R + 5R^2 &= 70R + 25R^2 \\ 20R^2 + 40R - 25 &= 0 \\ 4R^2 + 8R - 5 &= 0\end{aligned}$$

$$R = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-5)}}{2 \cdot 4}$$

$$R = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 80}}{8}$$

$$R = \frac{-8 \pm \sqrt{144}}{8}$$

$$R = \frac{-8 \pm 12}{8}$$

Se queremos o maior valor possível para o último termo, devemos usar a razão positiva:

$$R = \frac{-8 + 12}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Assim, o último termo é $5 + 4R = 5 + 4 \cdot \frac{1}{2} = 7$.

Resposta: D

CESGRANRIO – PETROBRÁS – 2018) Os estagiários de uma empresa combinaram fazer uma salada de frutas para seu lanche. A salada de frutas foi feita apenas com frutas de que todos gostam, o que levou à decisão de usarem apenas maçã, laranja e banana. No dia combinado, 20% dos estagiários levaram maçãs, 35% dos estagiários levaram laranjas e os 9 estagiários restantes levaram bananas.

Se todos levaram apenas um tipo de fruta, quantos estagiários há na empresa?

- (A) 18
- (B) 20
- (C) 35
- (D) 40
- (E) 45

RESOLUÇÃO:

Veja que $20\% + 35\% = 55\%$ levaram maçãs ou laranjas, de modo que os 45% restantes levaram bananas. Sabemos que esses 45% correspondem a 9 pessoas, de modo que 100% corresponde a:

$$\begin{array}{l} 45\% \text{ ----- } 9 \\ 100\% \text{ ----- } N \end{array}$$

$$45 \times N = 100 \times 9$$

$$5 \times N = 100$$

$$N = 20 \text{ pessoas}$$

Resposta: B

PROFESSOR ARTHUR LIMA – ESTRATÉGIA CONCURSOS