# Raciocínio Lógico – Resumo Gratuito

## 01 – Conjuntos e suas operações.

**Relação de pertinência**:

$x \in A$ (lemos: x pertence ao conjunto A, ou x é elemento de A)
$y \notin K$ (lemos: y **não** pertence ao conjunto K, ou y **não** é elemento de K)

**Igualdade**: Dois conjuntos A e B são iguais quando todos os elementos do conjunto A pertencem ao conjunto B e, reciprocamente, todos os elementos do conjunto B pertencem ao conjunto A.

**Número de Subconjuntos**: Se um conjunto A possui *n* elementos então ele possui $2^n$ subconjuntos.

**União ($\cup$)**: Dados os conjuntos A e B, definimos o **conjunto união** $A \cup B$ como $\{x ; x \in A \text{ ou } x \in B\}$.

**Interseção ($\cap$)**: Dados os conjuntos A e B, definimos o **conjunto interseção** $A \cap B$ como $\{x ; x \in A \text{ e } x \in B\}$.

**Diferença entre conjuntos (A – B ou A \ B)**: O resultado da diferença entre os conjuntos A e B é o conjunto dos elementos que pertencem ao conjunto A e não pertencem ao conjunto B, ou seja, $A - B = \{x ; x \in A \text{ e } x \notin B\}$.

**Complementar de um conjunto**: Dados dois conjuntos A e B, com $B \subset A$, a diferença A – B chamaremos de complementar de B em relação a A. Simbolizamos como **$C_AB$ ou $\bar{A}$ (sempre para $B \subset A$).**

**Diferença simétrica entre conjuntos ($A \Delta B$):** A diferença simétrica entre os conjuntos A e B é formado por todos os elementos que pertencem ao conjunto união de A e B ($A \cup B$) e não pertencem ao conjunto interseção de A e B ($A \cap B$). Equivale à união ente A – B e B – A.

Número de elementos da união de dois conjuntos:

$$\boxed{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)}$$

## 02 – Números naturais, inteiros, racionais e reais e suas operações.

**Conjunto dos números naturais**: Simbolizamos por um $\mathbb{N}$ (n maiúsculo). Ele é formado por todos os números inteiros não negativos.

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6,...\}$

**Conjunto dos números inteiros**: Simbolizamos por um $\mathbb{Z}$ (z maiúsculo). Como o próprio nome já diz, ele é formado por todos os números inteiros.

$\mathbb{Z} = \{..., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4...\}$

**Conjunto dos números racionais**: Simbolizamos por um Q (q maiúsculo). Ele é formado por todos os números que podem ser escritos em forma de uma fração $\frac{x}{y}$, onde x e y são números inteiros e y é diferente de zero (devemos lembrar que não existe divisão por zero).

**Conjunto dos números irracionais: Simbolizamos por um $\mathbb{I}$ (i maiúsculo). Ele é formado por todas as dízimas não periódicas, ou seja, números decimais com infinitas casas decimais que não se repetem.**

**Conjunto dos números reais**: Simbolizamos por um R (r maiúsculo). Ele é formado por todos os números racionais e todos os números irracionais.

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}$. Ou seja, $\mathbb{N}$ é um subconjunto de $\mathbb{Z}$, que é um subconjunto de Q, que é um subconjunto de R.

**$\mathbb{I} \subset$ R. Ou seja, $\mathbb{I}$ também é um subconjunto de R.**

### Adição

Os termos de uma adição são denominados de **parcelas** e o resultado é chamado de **soma**:

$$\underbrace{X + Y}_{\text{Parcelas}} = \underbrace{Z}_{\text{Soma}}$$

Propriedades:

X + Y = Y + X

X + 0 = X

**Subtração**

O primeiro termo de uma subtração é denominado **minuendo** e o segundo termo é chamado de **subtraendo**. Já o resultado nós chamamos de **diferença**.

$$\underbrace{X}_{\text{Minuendo}} \quad - \quad \underbrace{Y}_{\text{Subtraendo}} \quad = \quad \underbrace{Z}_{\text{Diferença}}$$

Propriedades:

$X - Y \neq Y - X$

$X - Y = Z \iff Z + Y = X$

**Multiplicação**

Os termos de uma multiplicação são denominados de **fatores** e o resultado é chamado de **produto**:

$$\underbrace{A \times B}_{\text{Fatores}} = \underbrace{C}_{\text{Produto}}$$

Propriedades:

$A \times B = B \times A$

$A \times 1 = A$

**Divisão Inteira**

Na divisão inteira de N por D, com D diferente de zero, existirá apenas um Q e um R, tais que:

$Q \times D + R = N$ e $0 \leq R < |D|$

Onde N é o dividendo, D o divisor, Q o quociente e R o resto.

Temos duas restrições:

O D nunca pode ser igual a zero (não existe divisão por zero).
O R nunca pode ser negativo.

Quando o R é igual a zero, dizemos que a divisão é exata. Quando isso ocorre, dizemos que N é divisível por D, ou que D é divisor de N, ou ainda, que N é múltiplo de D.

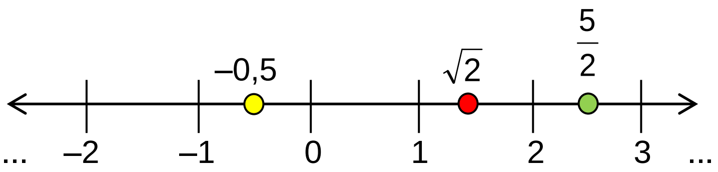
Propriedades:

$0 \div D = 0$

$N \div 1 = N$

## 03 – Representação na reta.

Todos os números reais podem ser representados numa reta. Para cada ponto da reta há apenas um número real correspondente e, de forma recíproca, para cada número real há apenas um ponto da reta correspondente.




Apenas com número inteiros, ou com números racionais não é possível a representação de todos os pontos da reta. Isso só é possível utilizando-se todos os números reais.

## 04 – Potenciação e radiciação

**Potenciação**

Definição:

Se $n > 0$: $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times ... \times a}_{\text{n vezes}}$

Se $n = 0$ e $a \neq 0$: $a^0 = 1$

Se $n < 0$ e $a \neq 0$: $a^n = \dfrac{1}{a^{-n}}$

Propriedades:

$\mathbf{a^m \times a^n = a^{m+n}}$

$\mathbf{\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}}$ (para $a \neq 0$)

$\mathbf{(a^m)^n = a^{m \times n}}$

$\mathbf{(a \times b)^m = a^m \times b^m}$

$$\left(\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}\right)^{\mathbf{m}} = \frac{\mathbf{a^m}}{\mathbf{b^m}} \text{ (para } b \neq 0)$$

**Radiciação.**

Dados um número real $a \geq 0$ e um número natural $n$, demonstra-se que existe sempre um número real positivo ou nulo $b$, tal que $b^n = a$. O número $b$ é chamado de raiz enézima de $a$ e indicaremos pelo símbolo $\sqrt[n]{a}$, em que $a$ é o radicando e $n$ o índice.

Propriedades:

Considerando os números reais $a \geq 0$ e $b \geq 0$, o número $m$ inteiro, e os números naturais positivos $n$ e $p$, temos:

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \times p]{a^{m \times p}}$$

$$\sqrt[n]{a \times b} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \text{ (para } b \neq 0)$$

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[p]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[p \times n]{a}$$

Para $b \geq 0$, temos $\mathbf{b \times \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a \times b^n}}$

Para $b < 0$, temos $\mathbf{b \times \sqrt[n]{a} = -\sqrt[n]{a \times |b|^n}}$

Para n ímpar, temos $\mathbf{\sqrt[n]{a^n} = a}$, sendo $a$ real.

Para n par não nulo, temos $\mathbf{\sqrt[n]{a^n} = |a|}$, sendo $a$ real.

Potência de Expoente Racional:

Expoente do radicando

$$\sqrt[3]{5^6} = \mathbf{5^2 \text{ ou } 5^2} = 5^{\frac{6}{3}}$$

Índice da Raiz

## 05 – Medidas de comprimento área, volume, massa e tempo

**Medidas de Comprimento**

1 decímetro (1 dm) = 0,1 metro (0,1 m) = $10^{-1}$ m
1 centímetro (1 cm) = 0,01 metro (0,01 m) = $10^{-2}$ m
1 milímetro (1 mm) = 0,001 metro (0,001 m) = $10^{-3}$ m

1 décimo de milímetro = 0,0001 metro (0,0001 m) = $10^{-4}$ m.
1 centésimo de milímetro = 0,00001 metro (0,00001 m) = $10^{-5}$ m.
1 milésimo de milímetro = 1 micrômetro (1 $\mu$m) = 0,000001 m = $10^{-6}$ m.

1 decâmetro (1 dam) = 10 metros.
1 hectômetro (1 hm) = 100 metros = $10^2$ m.
1 quilômetro (1 km) = 1.000 metros = $10^3$ m.

$\times 10$ $\times 10$ $\times 10$ $\times 10$ $\times 10$ $\times 10$

| Quilômetro | Hectômetro | Decâmetro | Metro | Decímetro | Centímetro | Milímetro |
|---|---|---|---|---|---|---|
| km | hm | dam | m | dm | cm | mm |

$\div 10$ $\div 10$ $\div 10$ $\div 10$ $\div 10$ $\div 10$

**Medidas de Área (ou superfície)**

1 decímetro quadrado (1 $dm^2$) = 0,01 metro quadrado (0,01 $m^2$) = $10^{-2}$ $m^2$.
1 centímetro quadrado (1 $cm^2$) = 0,0001 metro quadrado (0,0001 $m^2$) = $10^{-4}$ $m^2$.
1 milímetro quadrado (1 $mm^2$) = 0,000001 $m^2$ = $10^{-6}$ $m^2$.

1 decâmetro quadrado (1 $dam^2$) = 100 metros quadrados = $10^2$ $m^2$
1 hectômetro quadrado (1 $hm^2$) = 10.000 metros quadrados = $10^4$ $m^2$
1 quilômetro quadrado (1 $km^2$) = 1.000.000 metros quadrados = $10^6$ $m^2$

$\times 100$ $\times 100$ $\times 100$ $\times 100$ $\times 100$ $\times 100$

| Quilômetro quadrado | Hectômetro quadrado | Decâmetro quadrado | Metro quadrado | Decímetro quadrado | Centímetro quadrado | Milímetro quadrado |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $km^2$ | $hm^2$ | $dam^2$ | $m^2$ | $dm^2$ | $cm^2$ | $mm^2$ |

$\div 100$ $\div 100$ $\div 100$ $\div 100$ $\div 100$ $\div 100$

**Medidas de Volume**

1 decímetro cúbico (1 $dm^3$) = 0,001 metro cúbico (0,001 $m^3$) = $10^{-3}$ $m^2$.
1 centímetro cúbico (1 $cm^3$) = 0,000001 $m^3$ = $10^{-6}$ $m^2$.
1 milímetro cúbico (1 $mm^3$) = 0,000000001 $m^3$ = $10^{-9}$ $m^2$.

1 decâmetro cúbico (1 $dam^3$) = 1.000 metros cúbicos = $10^3$ $m^3$
1 hectômetro cúbico (1 $hm^3$) = 1.000.000 metros cúbicos = $10^6$ $m^3$
1 quilômetro cúbico (1 $km^3$) = 1.000.000.000 metros cúbicos = $10^9$ $m^3$

$\times 1.000$ $\times 1.000$ $\times 1.000$ $\times 1.000$ $\times 1.000$ $\times 1.000$

| Quilômetro cúbico | Hectômetro cúbico | Decâmetro cúbico | Metro cúbico | Decímetro cúbico | Centímetro cúbico | Milímetro cúbico |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $km^3$ | $hm^3$ | $dam^3$ | $m^3$ | $dm^3$ | $cm^3$ | $mm^3$ |

$\div 1.000$ $\div 1.000$ $\div 1.000$ $\div 1.000$ $\div 1.000$ $\div 1.000$

**Medidas de Massa**

1 decigrama (1 dg) = 0,1 grama (0,1 g) = $10^{-1}$ g
1 centigrama (1 cg) = 0,01 grama (0,01 g) = $10^{-2}$ g
1 miligrama (1 mg) = 0,001 grama (0,001 g) = $10^{-3}$ g

1 decagrama (1 dag) = 10 gramas.
1 hectograma (1 hg) = 100 gramas = $10^2$ g.
1 quilograma (1 kg) = 1.000 gramas = $10^3$ g.

1 tonelada (1 t) = 1.000 quilogramas ($10^3$ kg) = 1.000.000 gramas ($10^6$ g)
1 arroba = 15 quilogramas (15 kg).

$\times 10$ $\times 10$ $\times 10$ $\times 10$ $\times 10$ $\times 10$

| Quilograma | Hectograma | Decagrama | Grama | Decigrama | Centigrama | Miligrama |
|---|---|---|---|---|---|---|
| kg | hg | dag | g | dg | cg | mg |

$\div 10$ $\div 10$ $\div 10$ $\div 10$ $\div 10$ $\div 10$

**Medidas de Tempo**

1 décimo de segundo = 0,1 segundo (0,1 s) = $10^{-1}$ s
1 centésimo de segundo = 0,01 segundo (0,01 s) = $10^{-2}$ s
1 milésimo de segundo = 0,001 segundo (0,001 s) = $10^{-3}$ s

1 minuto (1 min) = 60 segundos (60 s).
1 hora (1 h) = 60 minutos (60 min) = 3.600 segundos (3.600 s).
1 dia (1 d) = 24 horas (24 h) = 1.440 min = 86.400 s.

$\times 24$ $\times 60$ $\times 60$

| Dia | Hora | Minuto | Segundo |
|---|---|---|---|
| d | h | min | S |

$\div 24$ $\div 60$ $\div 60$

## 06 – Álgebra básica: expressões algébricas, equações, sistemas e problemas do primeiro e do segundo grau.

**Equações de 1º Grau**

Toda equação na forma a.x + b = 0, (com $a \neq 0$)

**Equações de 2º Grau**

Toda equação na forma $a.x^2 + b.x + c = 0$, (com $a \neq 0$)

**Raízes =** $\mathbf{\dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}}$**, onde** $\mathbf{\Delta = b^2 - 4.a.c}$

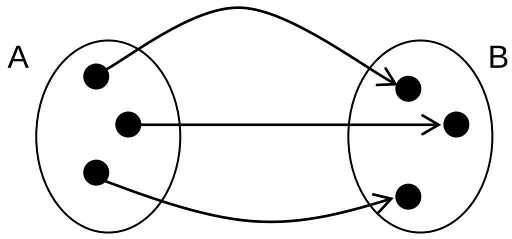
O sinal de $\Delta$ determina quantas raízes reais a equação possui:

Para $\Delta > 0$, a equação possui duas raízes reais
Para $\Delta = 0$, a equação possui uma única raiz real (são duas raízes iguais)
Para $\Delta < 0$, a equação não possui raiz real

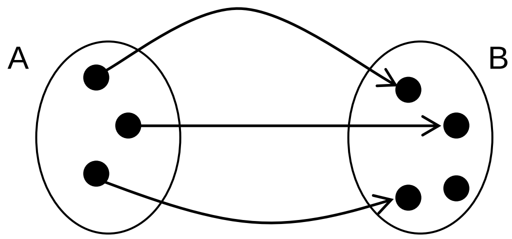
## 07 – Noção de função, função composta e inversa.

Dados 2 conjuntos A e B, chama-se função de A em B toda relação tal que sempre haja a correspondência de um elemento do conjunto A a apenas um elemento no conjunto B.

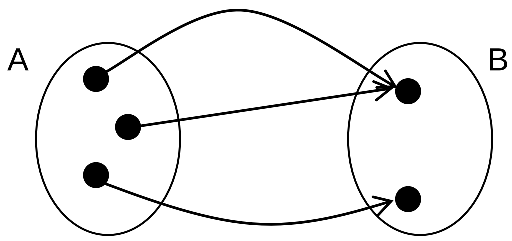
São funções:




Função Bijetora

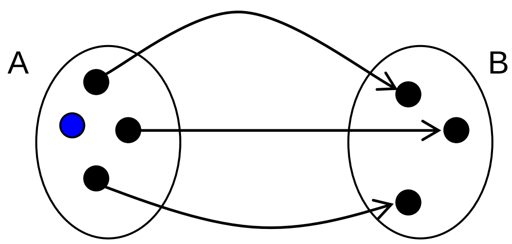


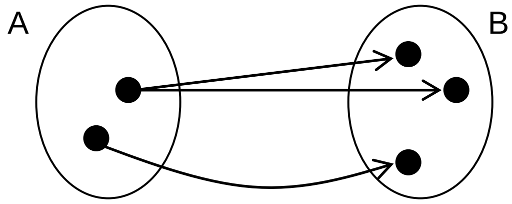

Função Injetora




Função Sobrejetora

Não são funções as seguintes situações:



**Função Injetora**: Quando temos diferentes elementos do conjunto A associando-se a diferentes elementos do conjunto B.

**Função Sobrejetora**: Quando todos os elementos do conjunto B possuem uma correspondência no conjunto A.

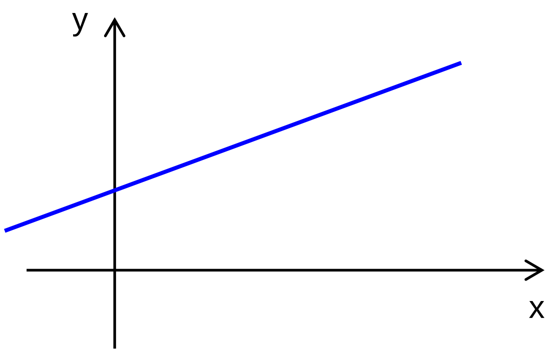
**Função Bijetora**: Quando ela é ao mesmo tempo injetora e sobrejetora.

Indicamos por **f: A → B** a toda função f de A em B, onde A é o **domínio** e B é o **contradomínio** da função. Além disso, chamamos de conjunto **Imagem** da função ao conjunto de todos os elementos de B que tiveram correspondência em A.

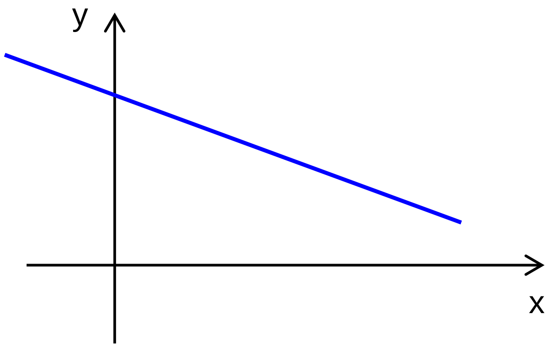
**Função polinomial do 1º grau (ou função Afim)**

Toda função f: R → R, tal que $f(x) = a.x + b$, com $a \neq 0$.

Para $a > 0$:



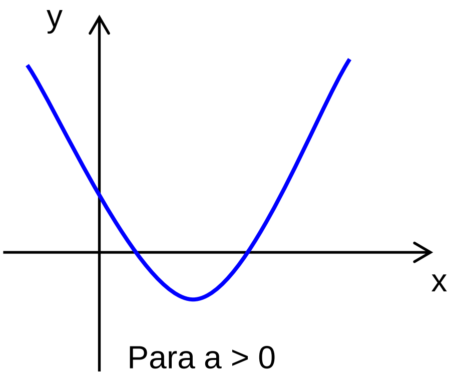

Para $a < 0$:

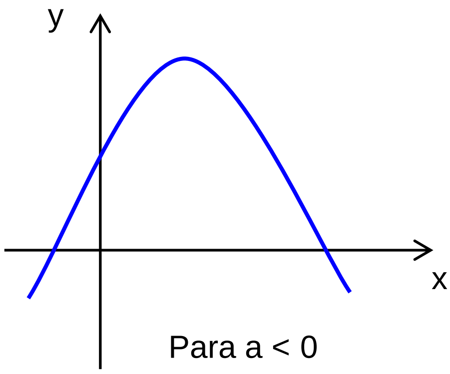



**Função polinomial do 2º grau (ou função quadrática)**

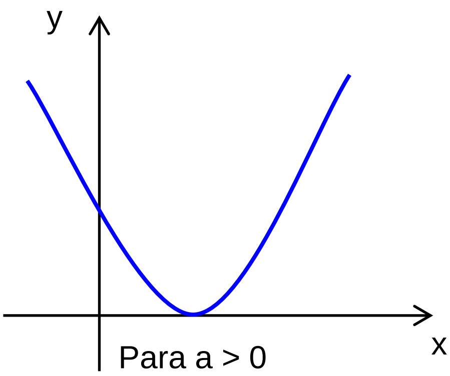
Toda função f: R → R, tal que $f(x) = a.x^2 + b.x + c$, com $a \neq 0$.

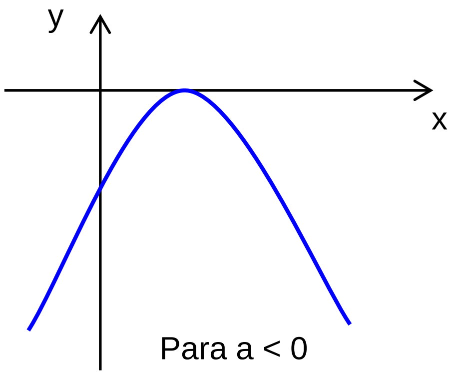
Para $\Delta > 0$ (a equação do segundo grau possui 2 raízes reais):



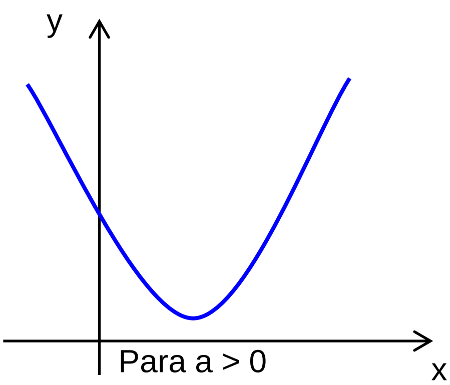



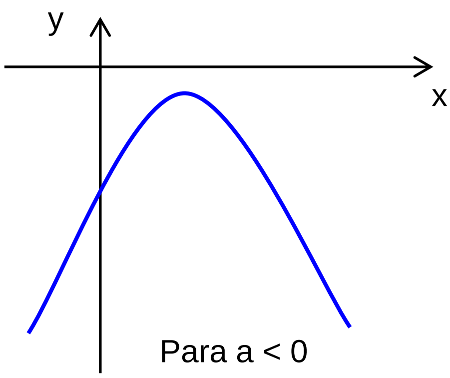

Para $\Delta = 0$ (a equação do segundo grau possui apenas uma raiz real):




Para $\Delta < 0$ (a equação do segundo grau não possui raiz real):



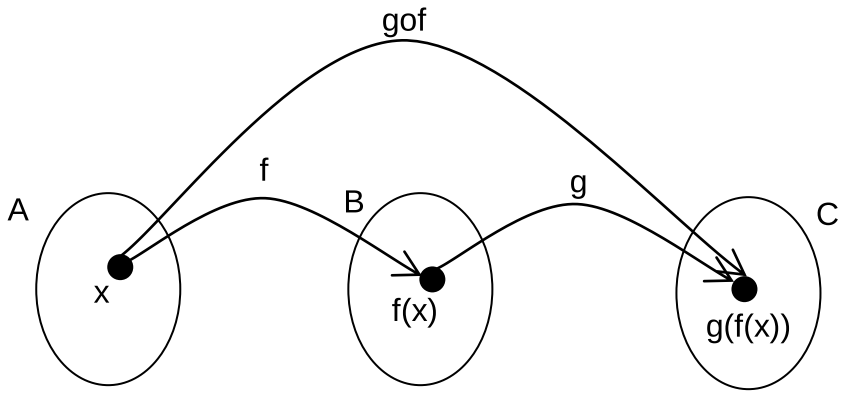




Coordenadas do vértice da parábola:

$$\mathbf{x = \frac{-b}{2.a} \qquad y = \frac{-\Delta}{4.a}}$$

**Função Composta**

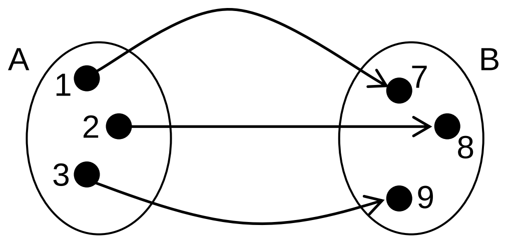
Dadas duas funções f: A → B e g: B → C, denominamos função composta de g e f a função gof: A → C, que é definida por (gof)(x) = g(f(x)), com x pertencente a A.



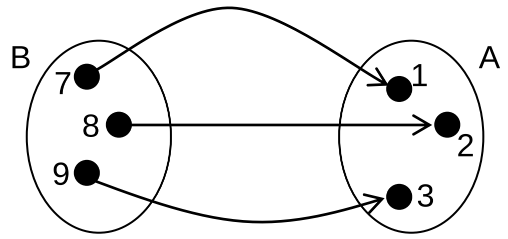

**Função Inversa**

Dada a função f: A → B, bijetora, denomina-se função inversa de f a função $f^{-1}$: B → A tal que , se f(a) = B, então $f^{-1}(b)$ = a, com *a* pertencente a A, e *b* pertencente a B.

f: A → B




$f^{-1}$: B → A



## 08 – Sequências, Progressões aritmética e geométrica.

**Sequência**: É uma lista de elementos cuja ordem é definida por uma regra de formação (uma "lei" de formação).

**Progressão Aritmética (PA)**:

Propriedades:

$$a_{n+1} - a_n = r$$

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

$$a_1 + a_n = a_{1+k} + a_{n-k}$$

Termo geral da PA:

$$a_n = a_k + (n - k).r$$

Soma dos termos da PA:

$$S_n = \left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right).n$$

**Progressão Geométrica (G)**:

Propriedades:

$$q = \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

$$a_n = \sqrt{a_{n+1} \times a_{n-1}}$$

$$a_1 \times a_n = a_{1+k} \times a_{n-k}$$

Soma dos termos da PG:

$$a_n = a_k \times q^{(n-k)}$$

Soma dos termos da PG:

$$S_n = a_1.\left(\frac{q^n - 1}{q - 1}\right), \text{ para } q \neq 1$$

Soma limite de uma PG com razão cujo módulo é menor que 1:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - q}$$

## 09 – Proporcionalidade direta e inversa.

Duas **grandezas são diretamente proporcionais** quando a razão entre a medida "x" de uma das grandezas e a medida "y" da outra grandeza for constante e diferente de zero, ou seja,

$$\frac{x}{y} = k \text{ (com } y \neq 0)$$

onde "k" é uma constante diferente de zero.

Duas **grandezas são inversamente proporcionais** quando o produto entre a medida "y" de uma das grandezas e a medida "x" da outra grandeza for constante e diferente de zero, ou seja,

$$y \times x = k$$

onde "k" é uma constante diferente de zero.

## 10 – Juros

**Juro (J)**: remuneração paga (ou recebida) em troca do empréstimo de certo recurso financeiro.

**Capital (C)**: Valor transacionado.

**Taxa de Juros (i)**: É o juro cobrado em cada unidade de tempo.

**Tempo ou prazo (n)**: É o número de períodos em que a taxa de juros deve ser aplicada.

**Montante (M)**: O capital acrescido do juro

**M = C + J**

**Juros Simples**: A taxa de juros incide sempre sobre o capital inicial.

**J = C.i.n**

**M = C.(1 + i.n)**

**Juro simples ordinário (ou comercial)**: Utilizamos o ano com 360 dias e todos os meses com 30 dias.

**Juro simples exato**: Utilizamos o ano com 365 dias (ou 366 para anos bissextos), e contamos os dias exatamente como eles estão no calendário.

**Juros Compostos**: A taxa de juros incide sempre sobre o montante obtido no período anterior.

**M = C.(1 + i)$^n$**

**Comparação Capitalização Simples × Capitalização Composta**

| Períodos | Maior Montante |
|---|---|
| 0 < n < 1 | Regime de capitalização simples |
| n = 1 | Valores iguais |
| n > 1 | Regime de capitalização composto |

**Taxas de Juros Nominais**: Quando a unidade de tempo indicada pela taxa de juros NÃO coincide com a unidade de tempo do período de capitalização

**Taxas de Juros Efetivas**: Quando a unidade de tempo indicada pela taxa de juros coincide com a unidade de tempo do período de capitalização

Taxas Nominais e Efetivas só fazem sentido em juros compostos. Em juros simples elas são sempre iguais.

## 11 – Problemas de contagem

**Princípio Aditivo**: **Se** um determinado evento **M** ocorre de **K** maneiras diferentes, chamadas de $M_1$, $M_2$, $M_3$, ..., $M_k$ e se um outro evento **distinto N** pode ocorrer de **J** maneiras diferentes, chamadas de $N_1$, $N_2$, $N_3$, ..., $N_j$, **então** o número total de maneiras que o evento **M ou N** pode ocorrer é dado por **K + J**.

**Princípio Multiplicativo: Se** um determinado evento **M** ocorre de **K** maneiras diferentes, chamadas de $M_1$, $M_2$, $M_3$, ..., $M_k$ e se um outro evento **distinto N** pode ocorrer de **J** maneiras diferentes, chamadas de $N_1$, $N_2$, $N_3$, ..., $N_j$, **então** o número total de maneiras que o evento **M e N** pode ocorrer é dado por **K × J**.

**Princípio da Casa dos Pombos**: Se tivermos um número de ninhos (digamos "n") e um número de pombos (digamos "p"), e o número "p" for maior do que "n", então tem de haver pelo menos dois pombos em algum ninho.

**Permutação Simples = n!**

**Permutação Com Repetição =** $\dfrac{n!}{a!.b!.c!....}$

**Permutação Circular = (n – 1)!**

**Arranjo Simples (m, p) =** $\dfrac{m!}{(m-p)!}$

**Arranjo Com Repetição (m, p) =** $m^p$

**Combinação Simples (m, p) =** $\dfrac{m!}{p!.(m-p)!}$

**Combinação Com Repetição (m, p) =** $\dfrac{(m+p-1)!}{p!.(m-1)!}$

## 12 – Noção de probabilidade

**Probabilidade**: Quociente entre os casos favoráveis à ocorrência do evento desejado sobre os casos possíveis.

**Probabilidade =** $\dfrac{\text{Casos Favoráveis}}{\text{Casos Possíveis}}$

**Espaço amostral**: o conjunto de todos os resultados possíveis

**Probabilidade Complementar**: dois eventos são complementares quando a união entre seus casos favoráveis resulta em todos os casos possíveis e eles não possuem nenhum caso favorável em comum.

$$P(A) + P(\overline{A}) = 1 = 100\%$$

**Probabilidade Condicional**: É a probabilidade de um segundo evento acontecer, dado que um primeiro evento já aconteceu.

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

## 13 – Lógica: proposições, negação, conectivos, implicação, equivalência, quantificadores, operações.

**Proposições**: São sentenças as quais podemos atribuir um valor lógico Verdadeiro ou Falso.

**Sentenças abertas**: Possuem uma variável e por isso não podemos atribuir um valor lógico para elas. Não são proposições.

**Frases interrogativas, exclamativas ou imperativas**: Não conseguimos atribuir um valor lógico para elas. Não são proposições.

**Paradoxos (frases que serão falsas se a considerarmos verdadeiras e serão verdadeiras se a considerarmos falsas):** Não são considerados proposições

**Expressões sem sentido completo**: Não são consideradas proposições

**Proposição Simples**: Há apenas uma informação a ser julgada verdadeira ou falsa.

**Proposição Composta**: A união de duas ou mais proposições simples com a utilização de conectivos (conjunção, disjunção, etc...).

**Operadores lógicos (conectivos):**

~: negação
$\wedge$: conjunção (chamado de “e” ou “mas”)
v: disjunção (chamamos pela palavra “ou”)
$\rightarrow$: condicional (lemos "se... então...")
$\leftrightarrow$: bicondicional (lê-se "...se e somente se...")
$\underline{v}$: disjunção exclusiva (sua leitura é "ou...ou...")

| A | B | ~A | $A \wedge B$ | A v B | $A \rightarrow B$ | $A \leftrightarrow B$ | A $\underline{v}$ B |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | F | V | V | V | V | F |
| V | F | F | F | V | F | F | V |
| F | V | V | F | V | V | F | V |
| F | F | V | F | F | V | V | F |

Na condicional $A \rightarrow B$, dizemos que A é condição suficiente para B e que B é condição necessária para A.

Na bicondicional $A \leftrightarrow B$, dizemos que A é condição necessária e suficiente para B e que B é condição necessária e suficiente para A.

**Tabela-verdade**: Número de linhas é igual a $2^n$, onde n é o número de variáveis.

**Tautologia**: É toda proposição composta cujo valor lógico será sempre verdadeiro, independentemente dos valores lógicos de suas proposições simples.

**Contradição**: É toda proposição composta cujo valor lógico será sempre falso, independentemente dos valores lógicos de suas proposições simples.

**Contingência**: É toda proposição composta que não é nem uma tautologia nem uma contradição.

**Implicação**: Uma proposição “A” implica numa proposição “B”, quando a condicional “$A \rightarrow B$” for sempre verdadeira.

**Equivalência**: Duas proposições são equivalentes se elas forem formadas pelas mesmas proposições simples e suas tabelas-verdade forem iguais. Uma proposição “A” é equivalente à proposição “B”, quando a bicondicional “$A \leftrightarrow B$” for sempre verdadeira.

**Negação de proposições compostas**:

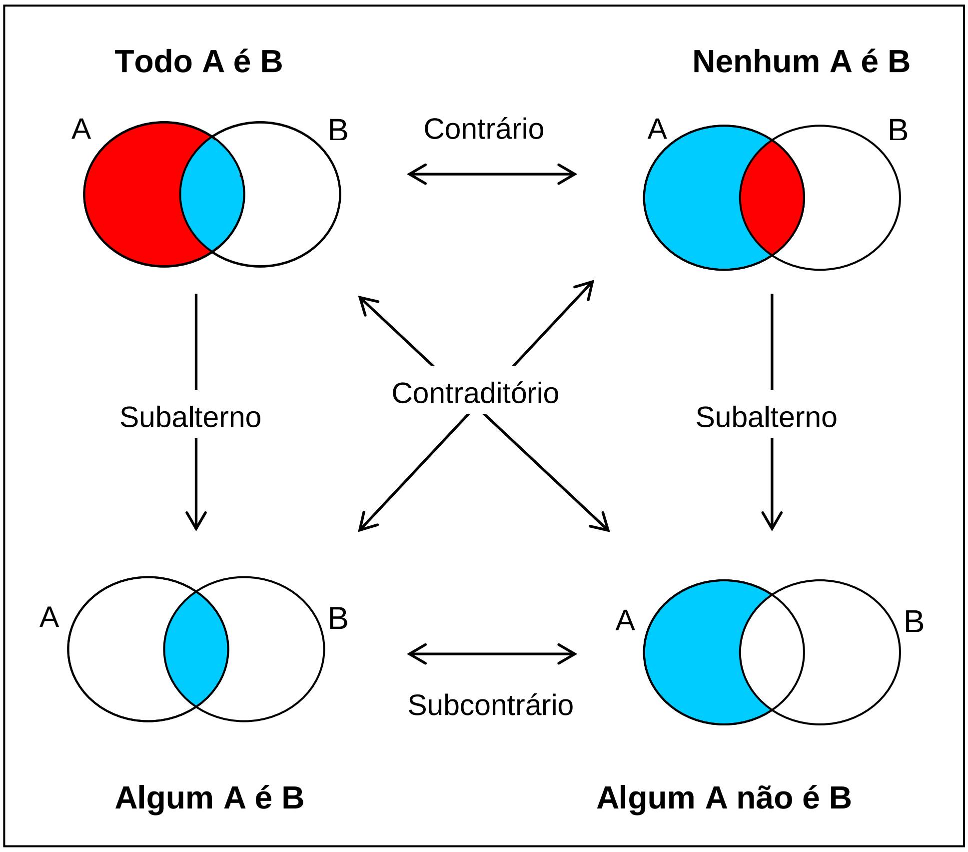
**~(A $\wedge$ B) = ~A v ~B**
**~(A v B) = ~A $\wedge$ ~B**
**~(A $\rightarrow$ B) = A $\wedge$ ~B**
**~(A $\leftrightarrow$ B) = (A $\wedge$ ~B) v (B $\wedge$ ~A) ou ~(A $\leftrightarrow$ B) = A $\underline{v}$ B**
**~(A $\underline{v}$ B) = A $\leftrightarrow$ B**

**Principais Equivalência**:

$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$
$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$
$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
$\sim(\sim A) = A$
$\sim A \rightarrow A = A$
$A \rightarrow B = \sim A \vee B = \sim B \rightarrow \sim A$
$A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A) = (A \wedge B) \vee (\sim A \wedge \sim B)$

**Quantificadores**:

**~(Todo A é B) = Algum A não é B**
**~(Nenhum A é B) = Algum A é B**
**~(Algum A é B) = Nenhum A é B**
**~(Algum A não é B) = Todo A é B**



**Proposições contrárias** (Todo A é B $\times$ Nenhum A é B): Duas proposições contrárias não podem ser ambas verdadeiras ao mesmo tempo.

**Proposições contraditórias** (Todo A é B $\times$ Algum A não é B; Nenhum A é B v Algum A é B): Duas proposições contraditórias não podem ser nem verdadeiras nem falsas ao mesmo tempo. Se uma é verdadeira, a outra é falsa.

**Proposições subcontrárias** (Algum A é B $\times$ Algum A não é B): Duas proposições subcontrárias não podem ser ambas falsas ao mesmo tempo.

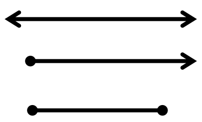
**Proposições subalternas** (Todo A é B $\times$ Algum A é B; Nenhum A é B $\times$ Algum A não é B): Se a proposição universal é verdadeira, sua subalterna também será verdadeira.

## 14 – Geometria plana: distâncias e ângulos, polígonos, circunferência, perímetro e área. Semelhança e relações métricas no triângulo retângulo.

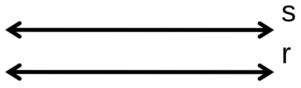
**Reta**: Número infinito de pontos em sequência.

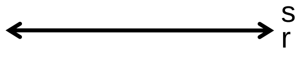
**Semirreta**: Aquela que começa em um ponto qualquer de uma reta e não tem fim.

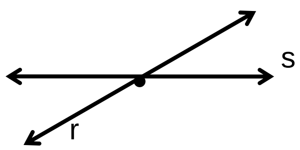
**Segmento de reta**: Aquele que começa em um ponto qualquer da reta e termina em outro ponto desta mesma reta.


Reta
Semirreta
Segmento de reta

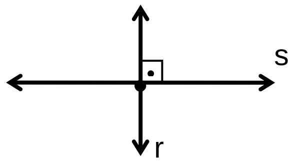
O plano será definido por três pontos não-colineares (que não estão na mesma reta).

- Retas Paralelas 

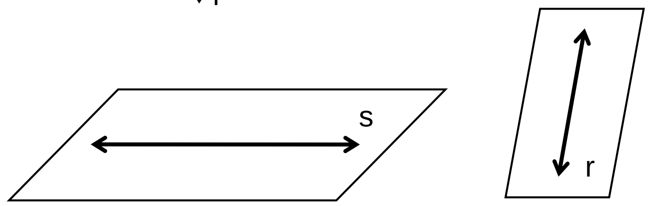

- Retas Coincidentes 


- Retas Concorrentes 

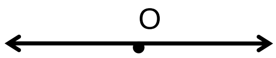
- Retas Perpendiculares



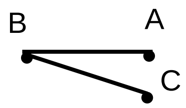

- Retas Reversas



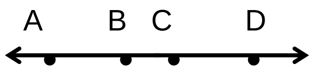

- Semirretas Opostas



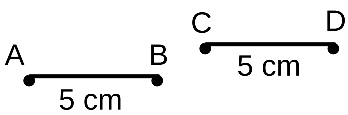

- Segmentos Consecutivos



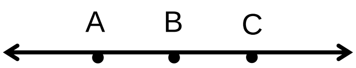

- Segmentos Colineares



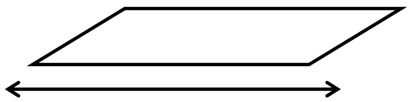

- Segmentos Congruentes



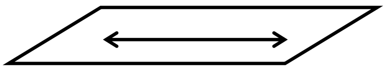

- Segmentos Adjacentes



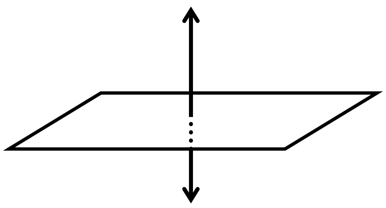

- Reta paralela a um plano



- Reta contida num plano

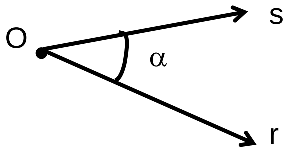


- Reta secante (ou concorrente) a um plano

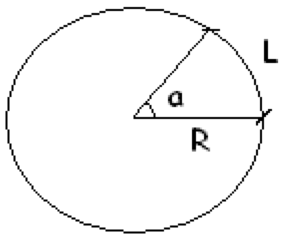


Se o ângulo que se formar entre a reta e o plano for 90°, dizemos que eles são perpendiculares.

**Angulo**: Região formada pela abertura de duas semirretas que possuem uma origem em comum. A **origem** dessas duas semirretas chama-se **vértice** do ângulo.




A medida em **radianos** de um ângulo é o comprimento do arco cortado pelo ângulo, dividido pelo raio do círculo. Já a medida em **graus** de um ângulo é o comprimento desse mesmo arco, dividido pela circunferência do círculo e multiplicada por 360.




$$\alpha \text{ (em radianos)} = \frac{L}{R}$$

$$\alpha \text{ (em graus)} = \frac{L}{2.\pi.R}.360$$

<u>Classificação dos Ângulos:</u>

- **Quanto à medida:**

**Nulo**: ângulo = 0°

**Agudo**: 0º ≤ ângulo < 90º

**Reto**: ângulo = 90º

**Obtuso**: 90º < ângulo

**Raso**: ângulo = 180°

- **Quanto à posição:**

**Congruentes**: Quando eles possuem a mesma medida.

**Consecutivos**: Quando um dos lados de um deles coincide com um dos lados do outro ângulo.

**Adjacentes**: Quando são consecutivos e não possuem pontos internos comuns.

**Opostos pelo vértice**: São ângulos formados por duas retas concorrentes e que possuem seus dois lados nas mesmas retas.

- **Quanto à complementação:**

**Complementares**: Quando a soma de suas medidas é igual a 90°.

**Suplementares**: Quando a soma de suas medidas é igual a 180°.

**Circunferência:**

Lugar geométrico dos pontos de um plano que possuem a mesma distância (raio) de um ponto fixo (centro).

**Diâmetro**: Segmento de reta que passa pelo centro e une dois pontos da circunferência

**Perímetro (P)**: Comprimento da circunferência

$$\mathbf{P = 2.\pi.R \text{ ou } P = \pi.D}$$

$$\mathbf{\text{Área} = \pi.R^2 \text{ ou } \text{Área} = \pi.\frac{D^2}{4}}$$

**Polígono**: Figura plana formada por três ou mais segmentos de reta que se interceptam dois a dois. Os segmentos de reta são denominados **lados** do polígono. Os pontos de interseção são denominados **vértices** do polígono.

Polígono **Convexo**: Aquele construído de modo que os prolongamentos dos lados nunca ficarão no interior da figura original.

Polígono **Côncavo**: Aquele construído de modo que existam dois pontos contidos no polígono de forma que o segmento de reta com esses dois pontos nas extremidades possua pontos fora do polígono.

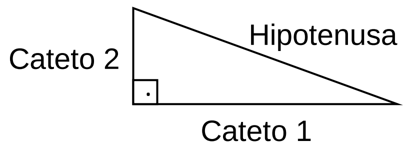
**Triângulos**: Polígonos que possuem três lados e a soma de seus ângulos internos vale 180°.

**Classificação dos triângulos**

- **Quanto à medida dos seus ângulos**

**Triângulo Acutângulo**: Quando ele possui todos os ângulos menores que 90°.

**Triângulo Retângulo**: Quando ele possui um ângulo medindo exatamente 90°.




**(Hipotenusa)$^2$ = (Cateto 1)$^2$ + (Cateto 2)$^2$**

**Triângulo Obtusângulo**: Quando possui um ângulo medindo mais de 90°.

- **Quanto à medida dos seus lados**

**Triângulo equilátero**: Quando todos os seus lados possuem a mesma medida. Ele também todos os seus ângulos medindo 60° (é dito equiângulo).

**Triângulo Isósceles**: Quando possui dois lados de mesma medida.

**Triângulo Escaleno**: Quando todos os seus lados possuírem medidas diferentes.

<u>Medidas importantes:</u>

**Mediatriz** de um triângulo: Semirreta perpendicular a um lado do triângulo, traçada a partir do seu ponto médio.

**Circuncentro**: Ponto de encontro das 3 mediatrizes e o centro da circunferência circunscrita ao triângulo (o triângulo fica dentro da circunferência).

**Altura**: Segmento de reta que liga um vértice ao seu lado oposto, ou ao prolongamento do seu lado oposto, formando um ângulo reto com esse lado, que é chamado de base dessa altura.

**Ortocentro**: Ponto de encontro das três alturas.

**Mediana**: Segmento de reta que une o vértice do triângulo ao ponto médio do lado oposto.

**Baricentro**: Ponto de interseção das três medianas

**Bissetriz**: Segmento de reta que parte de um vértice, e vai até o lado oposto do vértice em que partiu, dividindo o seu ângulo em dois ângulos congruentes.

**Incentro**: Ponto de encontro das três bissetrizes internas e centro do círculo inscrito ao triângulo.

**Área do triângulo =** $\frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$

Ou

**Área =** $\sqrt{s.(s-a).(s-b).(s-c)}$ **, onde s =** $\frac{a+b+c}{2}$ **(semi-perímetro)**

**Semelhança entre triângulos**

Dois triângulos são semelhantes se, e somente se, possuem os três ângulos ordenadamente congruentes e os lados homólogos proporcionais.

Se uma reta é paralela a um dos lados de um triângulo e intercepta os outros dois em dois pontos distintos, então o triângulo que ela determina é semelhante ao primeiro.

**AA (Ãngulo-Ãngulo)**: Se dois triângulos possuem dois ângulos internos correspondentes iguais, então os dois triângulos são semelhantes.

**LAL (Lado-Ângulo-Lado)**: Se as medidas de dois dos lados de um triângulo são proporcionais aos lados homólogos do outro triângulo e os ângulos determinados por estes lados são iguais, então os triângulos são semelhantes.

**LLL (Lado-Lado-Lado)**: Se as medidas dos lados de um triângulo são respectivamente proporcionais às medidas dos lados homólogos de outro triângulo, então os dois triângulos são semelhantes.

**Quadriláteros:** Polígono que possui quatro lados e a soma de seus ângulos internos vale 360°.

**Diagonais do quadrilátero:** Segmentos de reta que unem seus vértices opostos.

| Quadrilátero | Ângulos | Lados | Área |
|---|---|---|---|
| Quadrado | Todos 90º | Todos iguais | $L^2$ |
| Retângulo | Todos 90º | Paralelos iguais e Adjacentes diferentes | $L_1 \times L_2$ |
| Losango | Opostos iguais | Todos iguais | $\frac{D_1 \times D_2}{2}$ |
| Paralelogramo Obliquângulo | Opostos iguais | Paralelos iguais | Base $\times$ Altura |
| Trapézio Reto | Dois adjacentes iguais a 90º | Paralelos diferentes | $\frac{(Base_1 + Base_2) \times Altura}{2}$ |
| Trapézio Isósceles | Adjacentes à mesma base iguais | Paralelos diferentes e opostos não paralelos iguais | |
| Trapézio Escaleno | Não possui ângulo reto | Dois paralelos diferentes e dois não paralelos também diferentes | |

**Polígonos de "n" lados**

| Nº de lados | Nomenclatura | Nº de lados | Nomenclatura |
|---|---|---|---|
| 3 lados | Triângulo | 7 lados | Heptágono |
| 4 lados | Quadrilátero | 8 lados | Octógono |
| 5 lados | Pentágono | 9 lados | Eneágono |
| 6 lados | Hexágono | 10 lados | Decágono |

**Número de Diagonais =** $\frac{n.(n-3)}{2}$

**Soma dos ângulos interno = (n – 2) $\times$ 180°**