

PRINCIPAIS TIPOS DE QUESTÃO

RACIOCÍNIO LÓGICO E MATEMÁTICO PARA CONCURSOS

Veja abaixo alguns dos principais tipos de questão de Raciocínio Lógico e Matemático que são cobrados em provas de concurso. Coloquei também um exemplo de cada tipo, e breves explicações para te ajudar a identificá-las quando estiver resolvendo baterias de questões de prova. Como expliquei em nosso artigo, esta identificação vai te permitir ir desenvolvendo mais facilmente “receitas de bolo” para enfrentar as questões inéditas que vierem a ser exigidas em seu concurso público.

Se você não viu o nosso artigo, leia-o primeiro aqui:

<http://www.estrategiaconcursos.com.br/blog/como-estudar-raciocinio-logico-para-concursos/>

Prof. Arthur Lima

TIPO 01 – VERDADES E MENTIRAS

Exemplo:

1. FCC – TRT/4ª – 2015) Há um diamante dentro de uma das três caixas fechadas e de cores diferentes (azul, branca, cinza). A etiqueta da caixa azul diz “o diamante não está aqui”, a da caixa branca diz “o diamante não está na caixa cinza”, e a da caixa cinza diz “o diamante está aqui”. Se apenas uma das etiquetas diz a verdade, então, a caixa em que está o diamante e a caixa com a etiqueta que diz a verdade são, respectivamente,

- (A) cinza e cinza.
- (B) cinza e azul.
- (C) azul e branca.
- (D) azul e cinza.
- (E) branca e azul.

Como identificar este tipo: são apresentadas algumas afirmações (neste caso são 3) e sabemos que algumas são verdadeiras e outras mentirosas, mas **NÃO** sabemos quais são verdadeiras e quais são mentirosas, apenas as quantidades (neste caso

temos 1 verdadeira e 2 mentirosas). A resolução se baseia na identificação de uma contradição entre as informações.

RESOLUÇÃO:

Temos as seguintes afirmações:

AZUL: "o diamante não está aqui"

BRANCA: "o diamante não está na caixa cinza"

CINZA: "o diamante está aqui"

Note que as afirmações das caixas BRANCA e CINZA são contraditórias. Se uma for verdadeira, a outra precisa ser falsa, e vice-versa. Portanto, sabemos que nesta dupla de informações temos uma verdade e uma mentira. Aqui está a contradição. Como, ao todo, o enunciado nos disse que somente 1 informação pode ser verdadeira, isto nos indica que a informação da caixa AZUL é falsa – afinal, a informação verdadeira está na BRANCA ou na CINZA.

Sabendo que a informação da caixa AZUL é falsa, podemos afirmar que, na verdade, o diamante ESTÁ na caixa azul. Note, com isso, que a informação da caixa BRANCA é verdadeira (o diamante não está na cinza, e sim na azul), e a informação da caixa CINZA é falsa.

Portanto, o diamante está na caixa AZUL, e a informação verdadeira é a da caixa BRANCA.

Resposta: C

TIPO 02 – CASA DOS POMBOS**Exemplo:**

2. FGV – Analista IBGE – 2016) Dos 40 funcionários de uma empresa, o mais novo tem 25 anos e o mais velho tem 37 anos. Considerando a idade de cada funcionário como um número inteiro de anos, conclui-se que:

- a) A média das idades de todos os funcionários é 31 anos
- b) A idade de pelo menos um dos funcionários é 31 anos
- c) Nenhum funcionário tem idade igual a 31 anos
- d) No máximo 25 funcionários têm a mesma-idade
- e) No mínimo 4 funcionários têm a mesma idade

Como identificar este tipo: é fornecida uma quantidade de elementos (neste caso, 40 funcionários) que devem ser alocados em uma quantidade inferior de classificações (neste caso, as idades de 25 a 37 anos), mas não sabemos exatamente como esses elementos são distribuídos entre as classificações possíveis. A resolução se baseia em tentar distribuir os elementos da forma mais uniforme possível.

RESOLUÇÃO:

Veja que, de 25 a 37 anos de idade nós temos um total de 13 idades possíveis (em valores inteiros). Como temos 40 pessoas, se quiséssemos distribuir as pessoas da forma mais uniforme possível, faríamos a divisão de 40 por 13, que nos dá o resultado 3 e o resto 1. Isto significa que, mesmo se colocarmos 3 pessoas em cada uma das 13 idades, sobra ainda 1 pessoa, que necessariamente vai entrar em alguma das 13 idades já utilizadas, passando a ser a 4ª pessoa com aquela idade. Ou seja, mesmo nesta distribuição mais uniforme possível precisamos de pelo menos 4 pessoas em uma mesma idade, o que permite afirmar que “no mínimo 4 funcionários tem a mesma idade”.

Resposta: E

TIPO 03 – ASSOCIAÇÕES LÓGICAS

Exemplo:

3. FCC – TRT/PR – 2015) Luiz, Arnaldo, Mariana e Paulo viajaram em janeiro, todos para diferentes cidades, que foram Fortaleza, Goiânia, Curitiba e Salvador. Com relação às cidades para onde eles viajaram, sabe-se que:

- Luiz e Arnaldo não viajaram para Salvador;
- Mariana viajou para Curitiba;
- Paulo não viajou para Goiânia;
- Luiz não viajou para Fortaleza.

É correto concluir que, em janeiro,

- (A) Paulo viajou para Fortaleza.
- (B) Luiz viajou para Goiânia.
- (C) Arnaldo viajou para Goiânia.
- (D) Mariana viajou para Salvador.
- (E) Luiz viajou para Curitiba.

Como identificar este tipo: são fornecidos alguns elementos (neste caso 4 pessoas) e atributos desses elementos (neste caso 4 cidades visitadas) e mais algumas informações adicionais que nos permitem associar os elementos aos seus atributos. A resolução se baseia em montar uma tabela que permite realizar todas as associações possíveis e, então, analisar as informações fornecidas.

RESOLUÇÃO:

Estamos diante de uma questão sobre associações lógicas, onde temos 4 amigos e 4 cidades. Para resolver este tipo de questão, eu gosto de montar uma tabela como esta abaixo, que permite listar todos os casos possíveis:

Amigo	Cidade
Luiz	Fortaleza, Goiânia, Curitiba ou Salvador
Arnaldo	Fortaleza, Goiânia, Curitiba ou Salvador
Mariana	Fortaleza, Goiânia, Curitiba ou Salvador
Paulo	Fortaleza, Goiânia, Curitiba ou Salvador

Vamos agora usar as informações dadas no enunciado:

- Luiz e Arnaldo não viajaram para Salvador; → podemos cortar a opção Salvador para esses dois rapazes.
- Mariana viajou para Curitiba; → podemos marcar Curitiba para Mariana e cortar essa cidade dos demais
- Paulo não viajou para Goiânia; → podemos cortar essa cidade de Paulo
- Luiz não viajou para Fortaleza → podemos cortar essa cidade de Luiz

Até aqui ficamos com:

Amigo	Cidade
Luiz	Fortaleza , Goiânia, Curitiba ou Salvador
Arnaldo	Fortaleza , Goiânia, Curitiba ou Salvador
Mariana	Fortaleza , Goiânia, Curitiba ou Salvador
Paulo	Fortaleza , Goiânia , Curitiba ou Salvador

Veja que sobrou apenas Goiânia para Luiz, e Salvador para Paulo. Com isso, sobra apenas Fortaleza para Arnaldo. Ficamos com:

Amigo	Cidade
Luiz	Fortaleza, Goiânia , Curitiba ou Salvador
Arnaldo	Fortaleza , Goiânia, Curitiba ou Salvador
Mariana	Fortaleza, Goiânia, Curitiba ou Salvador
Paulo	Fortaleza, Goiânia, Curitiba ou Salvador

Analisando as opções de resposta:

- (A) Paulo viajou para Fortaleza. → ERRADO, ele foi para Salvador.
 (B) Luiz viajou para Goiânia. → CORRETO.
 (C) Arnaldo viajou para Goiânia. → ERRADO, ele foi para Fortaleza.
 (D) Mariana viajou para Salvador. → ERRADO, ela foi para Curitiba
 (E) Luiz viajou para Curitiba. → ERRADO, ele foi para Goiânia.

Resposta: B

TIPO 04 – CALENDÁRIOS

Exemplo:

4. FGV – MRE – 2016) Em certo ano, o dia 31 de dezembro caiu em um domingo e, em um reino distante, o rei fez o seguinte pronunciamento: “Como as segundas-feiras são dias horríveis, elas estão abolidas a partir de hoje. Assim, em nosso reino, cada semana terá apenas 6 dias, de terça-feira a domingo. Portanto, como hoje é domingo, amanhã, o primeiro dia do ano novo, será terça-feira.” O ano novo não foi bissexto. Então, nesse reino distante, o dia de Natal (25 de dezembro) desse ano caiu em:

- (A) uma terça-feira;
 (B) uma quarta-feira;
 (C) uma quinta-feira;
 (D) uma sexta-feira;
 (E) um sábado.

Como identificar este tipo: questões que exigem que você conheça alguns aspectos básicos sobre o funcionamento de calendários (dias da semana, anos bissextos, etc) para calcular em que dia da semana certa data cairá. Este exemplo é apenas um modelo de questões de calendários.

RESOLUÇÃO:

Veja que agora temos semanas de 6 dias, sendo que o primeiro dia do ano (1º de janeiro) é uma terça-feira.

O ano tem 365 dias, pois não é bissexto. Substituindo os dias posteriores ao natal (26, 27, 28, 29, 30 e 31 de dezembro), ficamos com $365 - 6 = 359$ dias.

Dividindo esses 359 dias por 6, obtemos o resultado 59 e o resto 5. Isto significa que, de 1º de janeiro a 25 de dezembro, teremos 59 semanas completas de seis dias cada (começando sempre em uma terça, assim como 1º de janeiro, e terminando no domingo seguinte), e mais 5 dias: terça, quarta, quinta, sexta, SÁBADO.

Portanto, o dia 25 de dezembro é um sábado.

Resposta: E

TIPO 05 – REPETIÇÃO EM CICLOS

Exemplo:

5. FGV – IBGE – 2016) Considere a sequência infinita

IBGEGBIBGEGBIBGEG...

A 2016ª e a 2017ª letras dessa sequência são, respectivamente:

- (A) BG;
- (B) GE;
- (C) EG;
- (D) GB;
- (E) BI.

Como identificar este tipo: é apresentada uma sequência onde há um ciclo que se repete infinitamente. Solicita-se que você consiga obter os elementos que ocupam algumas posições desta sequência. A solução se baseia em identificar o ciclo de repetição, observar o seu tamanho, e calcular quantos ciclos são necessários para se chegar até o objetivo pretendido pelo enunciado.

RESOLUÇÃO:

Veja que a nossa sequência é formada por ciclos iguais a: IBGEGB. Estes ciclos têm 6 letras consecutivas. Dividindo 2016 por 6, temos o resultado 336 e resto zero. Ou seja, para chegar na 2016ª letra devemos passar por exatamente 336 ciclos de 6 letras como este. A 2016ª letra é a última letra do 336º ciclo, ou seja, uma letra B. E a 2017ª letra será um I, que é a primeira do 337º ciclo. Ficamos com BI.

Resposta: E

TIPO 06 – SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS ALTERNADAS

Exemplo:

6. FGV – PREFEITURA DE NITERÓI – 2015) Na sequência abaixo, as diferenças entre termos consecutivos repetem-se alternadamente:

1, 5, 8, 12, 15, 19, 22, 26, 29, 33, ...

O 100º elemento dessa sequência é:

- (A) 344;
- (B) 346;
- (C) 348;
- (D) 351;
- (E) 355.

Como identificar este tipo: sequências numéricas comuns em prova, que podem ser desmembradas em duas ou mais sequências que se intercalam. Após identificar que temos sequências intercaladas, é preciso separá-las para então finalizar a resolução.

RESOLUÇÃO:

Veja que podemos olhar apenas a sequência abaixo, que é composta por termos alternados da sequência original:

5, 12, 19, 26, 33, ...

De um termo para o outro temos a soma de 7 unidades. Como essa sequência é metade da original, o 100º termo da sequência original corresponde ao 50º termo desta sequência. Partindo do primeiro termo desta última sequência (1), devemos somar o número 7 por 49 vezes para chegar no 50º termo:

$$5 + 7 \times 49 = 348$$

Assim, este é o 100º termo da sequência original.

Resposta: C

TIPO 07 – ORDENAR ELEMENTOS

Exemplo:

7. FGV – CODEBA – 2016) As letras da sigla CODEBA foram embaralhadas e a nova sequência dessas mesmas letras possui as seguintes propriedades:

- nenhuma das 6 letras ocupa a sua posição inicial.
- as vogais aparecem juntas, na mesma ordem que estavam: O, E, A.
- a 5ª letra não é D.
- a letra B aparece antes da letra C.

É correto concluir que, na nova sequência,

(A) a 3ª letra é E.

(B) a 5ª letra é A.

(C) a 1ª letra é B

(D) a 4ª letra é C.

(E) a 6ª letra é D.

Como identificar este tipo: este tipo de questão trabalha a sua orientação espacial. São apresentados elementos (neste caso as letras da palavra CODEBA) e diversas informações que te permitem reordenar esses elementos respeitando as condições. Veja como eu fiz para ir seguindo as informações do enunciado e representando todas elas em meu esquema.

RESOLUÇÃO:

Já sabemos que as letras OEA aparecem juntas e nesta ordem. Portanto, temos:

... OEA ...

No esquema acima, eu uso as reticências para “marcar” regiões onde pode (ou não) haver outras letras. A letra B aparece antes da letra C, ou seja, temos algo assim:

... B ... C ...

A primeira letra pode ser o O, B ou D. Se for o O, ficamos com:

OEA...

A quarta letra pode ser o B, a quinta o C, e a quarta o D, ficando:

OEABCD

As opções onde há uma letra antes de OEA não podem ser usadas, pois neste caso a letra O estaria em sua posição original. Ex.: BOEACD.

Opções onde há duas letras antes de OEA também não servem, pois neste caso a letra E estaria na sua posição original. Ex.: BCOEAD. E com

E com 3 letras antes de OEA, ficamos com casos onde a letra A estaria na sua posição original. Ex.: BDCOEA.

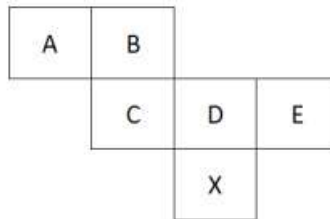
Portanto, o único caso que nos atende é OEABCD.

Resposta: E

TIPO 08 – CONSTRUIR FIGURAS GEOMÉTRICAS ESPACIAIS

Exemplo:

8. FGV – CODEBA – 2016) A figura mostra a planificação das faces de um cubo.



Nesse cubo, a face oposta à face X é

- (A) A.
- (B) B.
- (C) C.
- (D) D.
- (E) E.

Como identificar este tipo: questão bem comum em provas. São apresentadas planificações de cubos ou de outras figuras geométricas espaciais e é exigido que você “monte” a figura mentalmente.

RESOLUÇÃO:

Aqui temos um exercício mental importante, que é a reconstrução deste cubo. Procure reconstruí-lo deixando o lado C de frente para você. Neste caso, a letra D ficaria na face lateral direita, a letra E na face lateral traseira (oposta a C), a letra B seria o “teto”, a letra X ficaria no “fundo” do cubo, e a letra A ficaria na face lateral esquerda. Portanto, note que X será o fundo e o topo será B. Deste modo, a face oposta a X é B.

Você tem dificuldade para visualizar mentalmente? Pegue uma folha de papel e reproduza esta figura, e então tente dobrá-la. Fazendo isso umas poucas vezes, você conseguirá visualizar mentalmente outras questões deste tipo.

Resposta: B

TIPO 09 – DISTRIBUIÇÕES COM RESTO

Exemplo:

9. CESGRANRIO – ANP – 2016) Um comerciante deseja colocar algumas latas de refrigerante em n prateleiras. Na primeira tentativa, ele pensou em colocar 14 latas em cada prateleira, mas sobrariam 16 latas. O comerciante fez uma nova tentativa: foi colocando 20 latas em cada prateleira, mas, ao chegar na última, faltaram 8 latas para completar as 20. Quantas latas ele deverá colocar em cada prateleira para que todas fiquem com a mesma quantidade de latas e não sobre nenhuma lata?

- (A) 15
- (B) 16
- (C) 17
- (D) 18
- (E) 19

Como identificar este tipo: são mostradas duas ou mais formas de se organizar uma quantidade desconhecida de elementos (neste caso as latas nas prateleiras), geralmente sobrando ou faltando alguns deles em cada organização, e você precisa descobrir a quantidade de elementos. A resolução dessas questões se baseia no princípio: **dividendo = divisor x quociente + resto**

RESOLUÇÃO:

Colocando 14 latas em cada uma das “ n ” prateleiras, sobram 16 latas. Ou seja, quando dividimos o total de latas pelo divisor “ n ”, temos o resultado 14 (número de latas por prateleira) e o resto 16. Isto é:

$$\text{Dividendo} = \text{divisor} \times \text{quociente} + \text{resto}$$

$$\text{Total de latas} = 14n + 16$$

Colocando 20 latas por prateleira, faltaram 8 para completar:

$$\text{Total de latas} = 20n - 8$$

(veja que o “faltaram” nos leva a colocar uma subtração)

Igualando os totais de latas nos dois casos acima:

$$14n + 16 = 20n - 8$$

$$16 + 8 = 20n - 14n$$

$$24 = 6n$$

$$n = 4 \text{ prateleiras}$$

O total de latas é $14n + 16 = 14 \cdot 4 + 16 = 72$ latas. Dividindo-as nas 4 prateleiras igualmente, temos $72 / 4 = 36 / 2 = 18$ latas em cada prateleira.

Resposta: D

TIPO 10 – MISTURA DE ELEMENTOS

Exemplo:

10. FGV – MRE – 2016) Considere três caixas A, B e C. Na caixa A há dez bolas brancas, na caixa B há doze bolas pretas e na caixa C há oito bolas azuis. Inicialmente, retiram-se seis bolas da caixa A, que são colocadas na caixa B. A seguir, retiram-se aleatoriamente oito bolas da caixa B, que são colocadas na caixa C. Por último, retiram-se aleatoriamente seis bolas da caixa C, que são colocadas na caixa A. Ao final desse processo, é correto concluir que:

- (A) na caixa A há, no mínimo, quatro bolas azuis;
- (B) na caixa A há, no máximo, oito bolas brancas;
- (C) na caixa B há, no máximo, dez bolas pretas;
- (D) na caixa B há, no mínimo, quatro bolas brancas;
- (E) na caixa C há, no máximo, quatro bolas azuis.

Como identificar este tipo: é dada uma situação onde temos vários tipos de elementos (neste caso, bolas de 3 cores) que vão sendo misturados em várias etapas. Não se sabe exatamente como se deu a mistura (que bolas foram selecionadas em cada etapa), e você precisa reproduzir o ocorrido, lembrando das várias possibilidades existentes, para verificar o que se pode afirmar com certeza.

RESOLUÇÃO:

Vamos reconstituir os passos do enunciado, analisando as possibilidades existentes. Inicialmente temos na caixa A dez bolas brancas, na caixa B doze bolas pretas e na caixa C oito bolas azuis.

Retirando seis bolas da caixa A e colocando em B, ficamos com:

$$A = 4 \text{ brancas}$$

$$B = 12 \text{ pretas} + 6 \text{ brancas}$$

$$C = 8 \text{ azuis}$$

A seguir, retiram-se aleatoriamente oito bolas da caixa B, que são colocadas na caixa C. Veja que essas 8 bolas podem ser 2 pretas e 6 brancas, 3 pretas e 5 brancas, 4 pretas e 4 brancas, etc, ou até mesmo 8 pretas.

Por último, retiram-se aleatoriamente seis bolas da caixa C, que são colocadas na caixa A. Note que as cores das bolas que vão de C para A dependem do passo anterior (passagem de B para C).

Vejamos as alternativas de resposta:

(A) *na caixa A há, no mínimo, quatro bolas azuis;* → ERRADO. É possível que as bolas que as 6 passaram de C para A na etapa final tenham vindo de B, não sendo nenhuma delas azul.

(B) *na caixa A há, no máximo, oito bolas brancas;* → ERRADO. Veja que A pode receber de volta até mesmo as 6 bolas brancas que haviam saído dela inicialmente, podendo retornar a 10 bolas brancas. Basta que as 6 brancas que foram de A para B passem de B para C e depois de C para A.

(C) *na caixa B há, no máximo, dez bolas pretas;* → CORRETO. Precisamos tirar 8 bolas de B para C. Como só vieram 6 bolas brancas de A para B, entre as 8 bolas que vão de B para C deve ter pelo menos 2 pretas, o que reduziria a quantidade de bolas pretas em B de 12 para 10. Este é o máximo de bolas pretas que podemos ter em B após a transferência.

(D) *na caixa B há, no mínimo, quatro bolas brancas;* → ERRADO, é possível que todas as 6 brancas que vieram de A para B permaneçam em B.

(E) *na caixa C há, no máximo, quatro bolas azuis.* → ERRADO, é possível que todas as bolas azuis de C permaneçam lá, e que as 6 bolas transferidas de C para A sejam parte daquelas vindas de B para C.

Resposta: C

TIPO 11 – MISTURA DE SUBSTÂNCIAS**Exemplo:**

11. CESGRANRIO – ANP – 2016) Uma determinada solução é a mistura de 3 substâncias, representadas pelas letras P, Q e R. Uma certa quantidade dessa solução foi produzida, e sua massa é igual à soma das massas das três substâncias P, Q e R, usadas para compô-la. As massas das substâncias P, Q e R dividem a massa da solução em partes diretamente proporcionais a 3, 5 e 7, respectivamente. A que fração da massa da solução produzida corresponde a soma das massas das substâncias P e Q utilizadas na produção?

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{2}{3}$

(C) $\frac{12}{35}$

(D) $\frac{8}{15}$

(E) $\frac{10}{21}$

Como identificar este tipo: são apresentados produtos com diferentes composições, e solicita-se que você seja capaz de misturá-los de forma a obter uma outra composição determinada pelo enunciado.

RESOLUÇÃO:

As massas das substâncias P, Q e R dividem a massa da solução em partes diretamente proporcionais a 3, 5 e 7, respectivamente, ou seja,

$$P/3 = Q/5 = R/7$$

Assim,

$$P/3 = R/7$$

$$P = 3R/7$$

$$Q/5 = R/7$$

$$Q = 5R/7$$

A massa total é:

$$\text{Total} = P + Q + R = 3R/7 + 5R/7 + R = 8R/7 + 7R/7 = 15R/7$$

A soma das massas de P e Q é:

$$P + Q = 3R/7 + 5R/7 = 8R/7$$

A fração da massa da solução produzida que corresponde a soma das massas das substâncias P e Q é:

$$\text{Fração} = \text{Massa de P e Q} / \text{Total}$$

$$\text{Fração} = (8R/7) / (15R/7)$$

$$\text{Fração} = (8R) / (15R)$$

$$\text{Fração} = (8) / (15)$$

$$\text{Fração} = 8 / 15$$

Resposta: D

TIPO 12 – PROGRESSÕES

Exemplo:

12. ESAF – ANAC – 2016) Em uma progressão aritmética, tem-se $a_2 + a_5 = 40$ e $a_4 + a_7 = 64$. O valor do 31º termo dessa progressão aritmética é igual a

- a) 180.
- b) 185.
- c) 182.
- d) 175.
- e) 178.

Como identificar este tipo: questões que cobram conhecimentos específicos sobre progressões aritméticas e/ou geométricas. Muitas vezes o enunciado não é tão explícito como este, mostrando apenas uma sequência numérica (e você precisa identificar se tratar de uma PA ou PG), ou mostrando uma situação que evolui na forma de uma PA ou PG. Vale lembrar rapidamente as principais fórmulas envolvendo essas progressões:

PROGRESSÃO ARITMÉTICA (PA)	PROGRESSÃO GEOMÉTRICA (PG)
O termo seguinte é igual ao anterior somado de um valor constante (razão)	O termo seguinte é igual ao anterior multiplicado por um valor constante (razão)
$a_n = a_1 + r \times (n - 1)$ <p>Termo "n" = 1º termo + razão x (posição "n" - 1)</p>	$a_n = a_1 \times q^{n-1}$ <p>Termo "n" = 1º termo x razão elevada a "n-1"</p>
$S_n = \frac{n \times (a_1 + a_n)}{2}$ <p>Soma dos "n" primeiros = n x (1º termo + termo "n") / 2</p>	$S_n = \frac{a_1 \times (q^n - 1)}{q - 1}$ <p>Soma dos "n" primeiros = 1º termo x (razão elevada a "n" - 1) / (razão - 1)</p>

RESOLUÇÃO:

Chamando de "a" o termo inicial e de "r" a razão, podemos escrever todos os termos em função deles, lembrando que $a_n = a + (n-1).r$.

Ficamos com:

$$a_2 + a_5 = 40 \rightarrow a+r + a+4r = 40$$

$$a_4 + a_7 = 64 \rightarrow a+3r + a+6r = 64$$

Temos as equações:

$$2a + 5r = 40$$

$$2a + 9r = 64$$

Na primeira, temos:

$$2a = 40 - 5r$$

Substituindo 2a por 40 - 5r na segunda, temos:

$$(40 - 5r) + 9r = 64$$

$$40 + 4r = 64$$

$$4r = 24$$

$$r = 6$$

Assim,

$$2a = 40 - 5r$$

$$2a = 40 - 5.6$$

$$2a = 10$$

$$a = 5$$

Portanto, o termo inicial é 5 e a razão é 6. O 31º termo é:

$$a_{31} = a + 30r = 5 + 30 \times 6 = 185$$

Resposta: B

TIPO 13 – MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM

Exemplo:

13. VUNESP – MP/SP – 2016) No aeroporto de uma pequena cidade chegam aviões de três companhias aéreas. Os aviões da companhia A chegam a cada 20 minutos, da companhia B a cada 30 minutos e da companhia C a cada 44 minutos. Em um domingo, às 7 horas, chegaram aviões das três companhias ao mesmo tempo, situação que voltará a se repetir, nesse mesmo dia, às

- (A) 18h 30min.
- (B) 17 horas.
- (C) 18 horas.
- (D) 17h 30min.
- (E) 16h 30min.

Como identificar este tipo: são apresentados eventos (neste caso, chegada de aeronaves) que ocorrem com frequências diferentes (neste caso, a cada 20, 30 ou 44 minutos), e é solicitado que você calcule quando os eventos ocorrerão juntos – o que acontece no MMC entre as frequências.

RESOLUÇÃO:

Temos 3 eventos (chegadas dos aviões das companhias A, B e C) que ocorrem com frequências diferentes (20, 30 e 44 minutos). Para saber quando eles ocorrem juntos, basta calcular o menor múltiplo comum entre as 3 frequências:

Divisor (números primos)	20	30	44
2	10	15	22
2	5	15	11
3	5	5	11
5	1	1	11
11	1	1	1

Veja como nós construímos a tabela. Começamos dividindo todos os números pelo menor número primo (2) e depois seguimos dividindo pelos próximos números primos. O objetivo era levar todos os números até o valor 1, como vemos na última linha. O mínimo múltiplo comum (MMC) é dado pela multiplicação dos fatores primos utilizados, ou seja:

$$\text{MMC}(20,30,44) = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 11 = 660$$

Assim, as 3 companhias se encontram a cada 660 minutos, ou seja, a cada $660 / 60 = 11$ horas. Isto ocorrerá novamente às $7 + 11 = 18$ h.

Resposta: C

TIPO 14 – MÁXIMO DIVISOR COMUM

Exemplo:

14. IBEG – Prof. Mendes – 2016) Uma organização tem 216 atividades para distribuir entre seus n colaboradores. São 84 atividades de nível A, 60 de nível B e as demais são de nível C. A distribuição será feita de tal forma que cada colaborador deverá receber a mesma e a menor quantidade possível de cada uma dessas três atividades. Dessa forma, quantas atividades do tipo C cada um dos colaboradores receberá?

- (a) 8 atividades.
- (b) 7 atividades.
- (c) 9 atividades.
- (d) 6 atividades.
- (e) 5 atividades.

Como identificar este tipo: são apresentados grupos (neste caso, as atividades A, B e C) com quantidades de elementos distintas entre si, e é solicitado que você divida cada um dos grupos de forma uniforme.

RESOLUÇÃO:

Veja que o total de atividades de nível C são $216 - 84 - 60 = 72$. Note que devemos dividir 3 grupos de atividades (A, B e C) que possuem quantidades de elementos distintas (84, 60 e 72) da mesma forma, ou seja, deixando cada colaborador com a mesma quantidade de cada tarefa, e a menor quantidade possível de cada tarefa. Assim, devemos usar o MÁXIMO DIVISOR COMUM (MDC). Calculando o MDC entre 84, 60 e 72 temos:

Divisores (números primos)	84	60	72
2	42	30	36
2	21	15	18
3	7	5	6
MDC = $2 \times 2 \times 3 = 12$			

Repare que aqui, ao contrário do MMC, nós só dividimos os números por fatores primos que permitiam dividir todos os números, e paramos no momento onde não havia mais um fator primo que fosse capaz de dividir os 3 números.

Obtivemos o máximo divisor comum entre 84, 60 e 72, que é 12. Portanto, devemos distribuir as tarefas entre 12 pessoas, ficando cada uma com $84/12 = 7$ tarefas do tipo A, $60/12 = 5$ do tipo B, e $72/12 = 6$ do tipo C.

Note que cada pessoa vai receber 6 atividades do tipo C.

Resposta: D

TIPO 15 – REGRA DE TRÊS

Exemplo:

15. FGV – MRE – 2016) Em um supermercado uma embalagem com certa quantidade de frios fatiados estava com a etiqueta abaixo sem a informação R\$/kg.



O preço aproximado de 1,0kg desse produto é:

- (A) R\$20,50;
- (B) R\$21,10;
- (C) R\$21,80;
- (D) R\$22,30;
- (E) R\$22,90.

Como identificar este tipo: são apresentadas grandezas (neste caso o preço e o peso de produtos) que variam de forma proporcional, e é solicitado que você utilize regras de três simples para descobrir novos valores.

RESOLUÇÃO:

Podemos montar a seguinte regra de três:

$$0,160 \text{ kg} \text{ ----- } 3,66 \text{ reais}$$

$$1,0 \text{ kg} \text{ ----- } N \text{ reais}$$

Montada a regra de três, devemos multiplicar a primeira diagonal ($0,160 \times N$) e também a segunda diagonal ($1,0 \times 3,66$) e então igualar as duas multiplicações:

$$0,160 \times N = 1,0 \times 3,66$$

$$N = 3,66 / 0,16$$

$$N = 366 / 16$$

$$N = 183 / 8$$

$$N = 91,5 / 4$$

$$N = 22,875 \text{ reais por quilograma}$$

Resposta: E

TIPO 16 – PROPORCIONALIDADE INVERSA**Exemplo:**

16. VUNESP – MP/SP – 2016) Para organizar as cadeiras em um auditório, 6 funcionários, todos com a mesma capacidade de produção, trabalharam por 3 horas. Para fazer o mesmo trabalho, 20 funcionários, todos com o mesmo rendimento dos iniciais, deveriam trabalhar um total de tempo, em minutos, igual a

(A) 46.

(B) 54.

(C) 50.

(D) 52.

(E) 48.

Como identificar este tipo: questões que apresentam grandezas inversamente proporcionais entre si. Algumas afirmam explicitamente que a proporcionalidade é inversa, em outras (como esta) são apresentadas grandezas que, pelas suas características, variam de forma inversamente proporcional (ex.: quanto mais funcionários, menos horas são necessárias para terminar um trabalho). Detectando

que uma grandeza é inversamente proporcional à outra, é preciso inverter uma das colunas.

RESOLUÇÃO:

Podemos escrever que:

Funcionários	Horas
6	3
20	H

Quanto MAIS funcionários tivermos, MENOS horas são necessárias para organizar todas as cadeiras. Isso mostra que as grandezas são inversamente proporcionais entre si. Portanto, devemos inverter uma coluna. Invertendo a coluna das horas, temos:

Funcionários	Horas
6	H
20	3

Agora podemos montar a nossa proporção:

$$6/20 = H/3$$

$$H = 6 \times 3 / 20$$

$$H = 18 / 20$$

$$H = 0,9 \text{ hora}$$

$$H = 0,9 \times 60 \text{ minutos}$$

$$H = 54 \text{ minutos}$$

Resposta: B

TIPO 17 – PROPORCIONALIDADE COMPOSTA**Exemplo:**

17. FCC – TRT/4ª – 2015) Para produzir 900 catálogos, cada um de 240 páginas, uma gráfica consome 250 kg de papel. Se os catálogos produzidos tivessem 180 páginas cada um, o número de catálogos que poderiam ser produzidos com 780 kg de papel seria igual a

(A) 2985.

(B) 3280.

(C) 3744.

(D) 2864.

(E) 3426.

Como identificar este tipo: questões que apresentam 3 ou mais grandezas que variam de forma proporcional (direta ou inversamente). Devemos identificar quais grandezas são tratadas pelo enunciado, em seguida verificar quais são direta ou inversamente proporcionais, e então montar nossa proporção.

RESOLUÇÃO:

Podemos esquematizar assim:

Catálogos	Páginas	Papel
900	240	250
N	180	780

Como nós queremos descobrir um valor na coluna dos catálogos, devemos comparar a grandeza “catálogos” com as demais grandezas, vendo quais são direta ou inversamente proporcionais.

Veja que quanto MAIS catálogos pretendemos fazer com a mesma quantidade de papel, precisaremos que eles tenham MENOS páginas. E quanto MAIS catálogos pretendemos fazer com a mesma quantidade de páginas, precisaremos de MAIS papel. A grandeza “páginas” é inversamente proporcional, de modo que devemos inverter essa coluna:

Catálogos	Páginas	Papel
900	180	250
N	240	780

Agora podemos montar a proporção, igualando a razão da coluna onde está nossa variável (catálogos) com as razões das outras duas colunas:

$$900 / N = (180 / 240) \times (250 / 780)$$

$$900 / N = (18 / 24) \times (25 / 78)$$

$$900 / N = (3 / 4) \times (25 / 78)$$

$$(900 \times 4 \times 78) / (3 \times 25) = N$$

$$(36 \times 4 \times 78) / (3) = N$$

$$(12 \times 4 \times 78) = N$$

$$N = 3744 \text{ catálogos}$$

Resposta: C

TIPO 18 – DIVISÃO PROPORCIONAL

Exemplo:

18. FCC – TRT/14ª – 2016) Paula e Renata gastaram, juntas, R\$ 48,00 na compra de bilhetes de uma loteria, sendo que Paula contribuiu com R\$ 12,00 dessa quantia. As duas foram sorteadas, ganhando um prêmio de R\$ 120.000,00. Na partição desse prêmio entre elas, que foi feita proporcionalmente ao dinheiro que cada uma deu na compra dos bilhetes, Renata ficou com

(A) R\$ 90.000,00.

(B) R\$ 75.000,00.

(C) R\$ 86.000,00.

(D) R\$ 84.000,00.

(E) R\$ 92.000,00.

Como identificar este tipo: nesses exercícios é preciso dividir uma quantia (neste caso, o prêmio de 120.000 reais) entre algumas pessoas de forma proporcional à contribuição de cada uma delas para a obtenção daquele valor. Fazemos isso com uma regra de três, como você verá nessa resolução.

RESOLUÇÃO:

Se Paula contribuiu com 12 reais, então Renata contribuiu com $48 - 12 = 36$ reais. Sabendo que o prêmio total foi de 120.000 reais, podemos montar a regra de três abaixo:

Contribuição de Renata ----- Prêmio de Renata

Contribuição total ----- Prêmio total

36 ----- X

48 ----- 120.000

$$36 \times 120.000 = 48X$$

$$36 \times 120.000 / 48 = X$$

$$X = 90.000 \text{ reais}$$

Resposta: A

TIPO 19 – VARIAÇÃO PERCENTUAL**Exemplo:**

19. FGV – IBGE – 2016) Uma loja de produtos populares anunciou, para a semana seguinte, uma promoção com desconto de 30% em todos os seus itens. Entretanto, no domingo anterior, o dono da loja aumentou em 20% os preços de todos os itens da loja. Na semana seguinte, a loja estará oferecendo um desconto real de:

- (A) 10%;
- (B) 12%;
- (C) 15%;
- (D) 16%;
- (E) 18%.

Como identificar este tipo: questão onde é preciso calcular aumentos e/ou reduções percentuais de um determinado valor inicial para chegar no valor final, ou então para voltar do valor final para o valor inicial. Para isso é preciso lembrar que, para aumentar um valor em $p\%$, devemos multiplicar esse valor por $(1+p\%)$, e para reduzir um valor em $p\%$, devemos multiplicar este valor por $(1-p\%)$.

RESOLUÇÃO:

Suponha que o preço inicial do produto é igual a 100 reais. Ele foi aumentado em 20%, chegando a $100 \times (1+20\%) = 100 \times (1+0,20) = 100 \times 1,20 = 120$ reais. Este preço sofreu desconto de 30%, chegando a $120 \times (1-30\%) = 120 \times (1-0,30) = 120 \times 0,70 = 84$ reais.

Veja que o preço inicial era 100 e caiu para 84, ou seja, houve uma queda de 16 reais. Percentualmente, esta queda foi de $16 / 100 = 16\%$.

Resposta: D

TIPO 20 – OPERAÇÃO COM DOIS CONJUNTOS**Exemplo:**

20. FGV – MRE – 2016) Uma turma do curso de Relações Internacionais tem 28 alunos e todos falam inglês. Sabe-se que 17 alunos falam espanhol e que 15 alunos falam francês. O número mínimo de estudantes dessa turma que falam esses três idiomas é:

- (A) 4;
- (B) 5;
- (C) 6;

(D) 7;

(E) 8.

Como identificar este tipo: são apresentados dois grupos (neste caso os falantes de espanhol e de francês) e informações adicionais que permitem quantificar quantos elementos fazem parte de cada grupo e quantos fazem parte de ambos os grupos. Para resolvê-las você pode usar a fórmula $n(A \text{ ou } B) = n(A) + n(B) - n(A \text{ e } B)$, ou seja: o número de elementos da união de dois conjuntos, $n(A \text{ ou } B)$, é igual à soma dos números elementos de cada conjunto menos o número de elementos da intersecção entre os dois conjuntos.

RESOLUÇÃO:

Como todos falam inglês, só precisamos trabalhar com 2 conjuntos: os que falam espanhol e os que falam francês. Sabemos que:

$$n(\text{espanhol}) = 17$$

$$n(\text{francês}) = 15$$

Lembrando que:

$$n(\text{espanhol ou francês}) = n(\text{espanhol}) + n(\text{francês}) - n(\text{espanhol e francês})$$

$$n(\text{espanhol ou francês}) = 17 + 15 - n(\text{espanhol e francês})$$

$$n(\text{espanhol ou francês}) = 32 - n(\text{espanhol e francês})$$

Como o total de alunos é de 28, precisamos que $n(\text{espanhol e francês})$ seja no mínimo igual a 4, para ficarmos com:

$$n(\text{espanhol ou francês}) = 32 - 4 = 28$$

Assim, a quantidade mínima de alunos que falam espanhol e francês (e, portanto, falam 3 idiomas, afinal todos falam inglês) é igual a 4.

Resposta: A

Continuo à sua disposição!

Saudações,

Prof. Arthur Lima

www.facebook.com/ProfArthurLima

Periscope: @ARTHURRRL