

RESOLUÇÃO DAS QUESTÕES DE MATEMÁTICA FINANCEIRA

Caro aluno,

Disponibilizo abaixo a resolução **resumida** das questões de Matemática Financeira da prova de Auditor da SEFAZ/PI 2015. Vale dizer que **utilizei a numeração da prova de tipo 4**, ok?

Caso você entenda que cabe recurso em relação a alguma questão, não hesite em me procurar para discutirmos:

arthurlima@estrategiaconcursos.com.br

Boa sorte a todos!

Prof. Arthur Lima

QUESTÃO 11 – RESOLUÇÃO:

Sendo M o valor nominal do segundo título, podemos dizer que o do primeiro é 2M, ou seja, o dobro. Assim, temos os valores atuais:

$$A1 = N \times (1 - j \times t) = 2M \times (1 - 4\% \times 3) = 2M \times 0,88 = 1,76M$$

$$A2 = N / (1 + j \times t) = M / (1 + 4\% \times 3) = M / 1,12 = 0,89M \text{ (aproximadamente)}$$

Os descontos são tais que:

$$D1 + D2 = 1215$$

$$(N1 - A1) + (N2 - A2) = 1215$$

$$(2M - 1,76M) + (M - 0,89M) = 1215$$

$$0,35M = 1215$$

$$M = 3471,43 \text{ reais}$$

Logo, a diferença entre os valores líquidos é:

$$A1 - A2 =$$

$$1,76M - 0,89M =$$

$$0,87M =$$

$$0,87 \times 3471,43 =$$

$$3020,14 \text{ reais}$$

(aproximadamente o valor da alternativa C)

Resposta: C (gabarito preliminar OK)

QUESTÃO 12 – RESOLUÇÃO:

Lembrando que devemos sempre utilizar a mesma unidade temporal para a taxa e prazo, nessa questão vamos substituir um trimestre por 3 meses, 5 meses por 2,5 bimestre e um semestre por 3 bimestres, de modo a deixar os prazos de cada aplicação na mesma unidade temporal das respectivas taxas. Note que o valor investido na última aplicação é igual a:

$$\begin{aligned}14.700 - (1/3) \times 14.700 - (2/5) \times 14.700 &= \\14.700 - 4.900 - 5.880 &= \\3.920 &\end{aligned}$$

Como estamos no regime de juros simples podemos utilizar a fórmula $J = C \cdot j \cdot t$ calcular o valor dos juros de cada aplicação, lembrando que a soma deles é igual a 3616,20 reais:

$$\begin{aligned}J &= 4.900 \times 6\% \times 3 + 5.880 \times 13\% \times 2,5 + 3.920 \times j \times 3 \\3.616,20 &= 882 + 1.911 + 11.760j \\3.616,20 - 882 - 1.911 &= 11.760j \\(3.616,20 - 882 - 1.911) / 11.760 &= j \\0,07 &= j \\7\% \text{ ao bimestre} &= j\end{aligned}$$

Aplicando o valor de 18 mil reais à taxa de 7% ao bimestre pelo período de 4 meses, ou seja, 2 bimestres, o montante obtido será igual a:

$$\begin{aligned}M &= C \times (1 + j)^t \\M &= 18.000 \times (1 + 7\%)^2 \\M &= 18.000 \times 1,1449 \\M &= 20.608,20 \text{ reais}\end{aligned}$$

Resposta: A (gabarito preliminar OK)

QUESTÃO 13 – RESOLUÇÃO:

Efetuada as aplicações descritas no enunciado, temos:

$$M_1 = C \times (1 + 5\%)^2 = C \times 1,1025 = 1,1025C$$

$$M2 = (1,1025C) \times (1 + 6\% \times 6) = 1,1025C \times 1,06 = 1,4994C$$

Este último montante é igual a 14.994 reais, ou seja,

$$14.994 = 1,4994C$$

$$C = 14.994 / 1,4994$$

$$C = 10.000 \text{ reais}$$

Veja que aplicamos 10.000 no início, e obtivemos 14.994 reais ao fim das duas aplicações, de modo que o total de juros é $J = 4.994$ reais. Para obter estes juros em uma única aplicação de juros simples pelo período total (8 meses), a taxa seria:

$$J = C \times j \times t$$

$$4.994 = 10.000 \times j \times 8$$

$$4.994 / 10.000 = j \times 8$$

$$0,4994 = j \times 8$$

$$0,4994 / 8 = j$$

$$0,0624 = j$$

$$6,24\% \text{ ao mês} = j$$

Resposta: D (gabarito preliminar OK)

QUESTÃO 14 – RESOLUÇÃO:

Veja que tivemos um ganho de $13.600 - 10.000 = 3.600$ reais no período. Este é o ganho aparente ou nominal. Percentualmente ele é igual a:

$$j_n = 3.600 / 10.000 = 0,36 = 36\%$$

Como a taxa de juros real foi igual a 32% no período, podemos obter a inflação assim:

$$(1 + j_{\text{real}}) = (1 + j_n) / (1 + i)$$

$$(1 + 32\%) = (1 + 36\%) / (1 + i)$$

$$1,32 = 1,36 / (1 + i)$$

$$1 + i = 1,36 / 1,32$$

$$1 + i = 1,0303$$

$$i = 1,0303 - 1$$

$$i = 0,0303$$

$$i = 3,03\%$$

Resposta: A (gabarito preliminar OK)

QUESTÃO 15 – RESOLUÇÃO:

No sistema francês de amortização temos uma série de pagamentos iguais. Observe na tabela fornecida que para 36 períodos o fator de valor atual de uma série de pagamentos é igual a 18,91. Assim, podemos escrever que:

$$VP = P \times a(n,i)$$

$$94.550 = P \times 18,91$$

$$P = 94.550 / 18,91$$

$$P = 5.000 \text{ reais}$$

Portanto teremos 36 prestações iguais a 5 mil reais. Isso nos permite excluir a alternativa que diz que a terceira prestação é igual a 5.200 reais.

Para chegar até a terceira prestação devemos calcular juros incorridos em cada mês, a amortização efetuada em cada mês, e o saldo devedor após o pagamento de cada prestação. Veja:

$$J1 = 4\% \times 94.550 = 3.782$$

$$A1 = 5.000 - 3.782 = 1.218$$

$$\text{Novo saldo devedor} = 94.550 - 1.218 = 93.332$$

$$J2 = 4\% \times 93.332 = 3.733,28$$

$$A2 = 5.000 - 3.733,28 = 1.266,72$$

$$\text{Novo saldo devedor} = 93.332 - 1.266,72 = 92.065,28$$

$$J3 = 4\% \times 92.065,28 = 3.682,61$$

$$A3 = 5.000 - 3.682,61 = 1.317,38 \text{ reais}$$

Com base nos valores calculados você pode observar que a única alternativa correta é aquela que diz que a parcela de juros da 3ª prestação é igual a 3.682,61 reais.

Resposta: E (gabarito preliminar OK)

QUESTÃO 16 – RESOLUÇÃO:

Vamos chamar de P o valor de cada uma das duas prestações que serão utilizadas em substituição ao esquema de pagamentos original. Veja que para comparar os dois esquemas de pagamentos precisamos levar todas as prestações para a mesma data. Uma possibilidade todos os pagamentos para a data $t = 4$ meses. Para fazer isso devemos multiplicar cada valor por $1 + 5\%$, ou seja, $1,05$, quantas vezes for necessário para levar até a data focal que decidimos. Fazendo isso podemos igualar os valores das duas séries de pagamentos:

$$P + Px1,05^2 = 1.000x1,05^3 + 1.000x1,05^2 + 1.000x1,05^1$$

$$P + Px1,1025 = 1.157,625 + 1.102,5 + 1.050$$

$$2,1025P = 1.157,625 + 1.102,5 + 1.050$$

$$P = (1.157,625 + 1.102,5 + 1.050) / 2,1025$$

$$P = 1.574,37 \text{ reais}$$

Resposta: B (gabarito preliminar OK)

QUESTÃO 17 – RESOLUÇÃO:

Essa questão foi anulada pela banca, provavelmente pelo erro de digitação (onde lê-se “R\$1.5000,00” deveria estar escrito “R\$1.500,00”).

Resposta: X (anulada pela banca)

QUESTÃO 18 – RESOLUÇÃO:

Vamos chamar de A o valor de cada uma das parcelas de amortização a serem pagas. Portanto como temos 40 prestações o valor total da dívida assumida inicialmente é igual a $40A$. Chamando de j a taxa de juros mensal deste financiamento podemos dizer que no primeiro período os juros incidentes são iguais $40Axj$, de modo que a primeira prestação é:

$$P = A + J$$

$$3.000 = A + 40Axj$$

Imediatamente antes da 10ª prestação sabemos que já foram amortizadas 9 cotas iguais a A , sobrando o saldo devedor de $40A - 9A = 31A$. Durante o décimo período esse saldo devedor rende juros que totalizam $31Axj$. Desse modo a 10ª prestação é igual a:

$$P = A + J$$

$$2.550 = A + 31Axj$$

Subtraindo esta segunda equação daquela primeira equação obtida ficamos com:

$$\begin{aligned}3.000 - 2.550 &= (A + 40Aj) - (A + 31Aj) \\450 &= 9Aj \\450 / 9 &= Aj \\50 &= Aj\end{aligned}$$

Substituindo em uma das equações podemos obter o valor da amortização mensal:

$$\begin{aligned}3.000 &= A + 40Aj \\3.000 &= A + 40 \times 50 \\3.000 &= A + 2.000 \\3.000 - 2.000 &= A \\1.000 &= A\end{aligned}$$

No início do último período o saldo devedor é igual somente a última cota de amortização (A), rendendo juros iguais a Axj neste último período, de modo que a parcela final a ser paga é igual a:

$$\begin{aligned}P &= A + J \\P &= A + Aj \\P &= 1.000 + 50 \\P &= 1.050 \text{ reais}\end{aligned}$$

Resposta: D (gabarito preliminar OK)

QUESTÃO 19 – RESOLUÇÃO:

Sabemos que o valor presente líquido desse fluxo de caixa é igual a zero quando utilizamos a taxa interna de retorno, ou seja, $j = 20\%$ ao ano. Assim:

$$\begin{aligned}VPL &= 3K / 1,2 + (4K - 128) / 1,2^2 - (5K + 1300) \\0 &= 3K / 1,2 + (4K - 128) / 1,2^2 - (5K + 1300)\end{aligned}$$

Multiplicando todos os valores por $1,2^2$ ficamos com:

$$\begin{aligned}0 &= 3K \times 1,2 + (4K - 128) - (5K + 1300) \times 1,2^2 \\(5K + 1300) \times 1,2^2 &= 3K \times 1,2 + (4K - 128)\end{aligned}$$

$$(5K + 1300) \times 1,44 = 3K \times 1,2 + (4K - 128)$$

$$7,2K + 1.872 = 3,6K + 4K - 128$$

$$2000 = 0,4K$$

$$2000 / 0,4 = K$$

$$5.000 = K$$

Resposta: B (gabarito preliminar OK)

QUESTÃO 20 – RESOLUÇÃO:

Igualando os dois fluxos de caixa, usando a taxa $j = 20\%$ ao ano, temos:

$$4.998/1,2 + 6.192/1,2^2 - 8.000 = 4.020/1,2 + E/1,2^2 - 6.000$$

$$4.998/1,2 + 6.192/1,44 - 8.000 = 4.020/1,2 + E/1,44 - 6.000$$

$$4.165 + 4.300 - 8.000 = 3.350 + E/1,44 - 6.000$$

$$3.115 = E / 1,44$$

$$E = 4.485,60 \text{ reais}$$

Note, entretanto, que foi preciso assumir que a taxa fornecida (20%) era AO ANO, pois isso não foi explicitado pelo enunciado. Há, entretanto, uma noção implícita dessa periodicidade, visto que a tabela fornecida apresenta os prazos em anos. Assim, creio que seja difícil anular essa questão.

Resposta: C (gabarito preliminar OK)