

ESAF - Ana IRB/IRB/Resseguro/2004

Suponha que o motor de um avião em vôo falhe, independentemente dos outros motores, com probabilidade $1-p$, sendo p um número entre zero e um. O avião é capaz de fazer um vôo seguro se pelo menos a metade de seus motores estiverem funcionando propriamente. Assinale a opção que corresponde aos valores de p para os quais voar num avião com 4 motores é mais seguro do que voar num bimotor.

- a) $p = 0,500$
- b) $p = 0,200$
- c) p deve estar entre $0,500$ e $0,655$
- d) p deve ser menor do que $0,200$
- e) p deve ser maior que $2/3$

SOLUÇÃO:

Probabilidade do motor permanecer funcionando: p

Probabilidade do motor NÃO permanecer funcionando: $1-p$

Em um avião de dois motores:

Ele é seguro se pelo menos 1 motor estiver funcionando:

$$P(X \geq 1) = P(X = 1) + P(X = 2) = 1 - P(X = 0)$$

$$P(X \geq 1) = 1 - (1 - p)^2$$

Em um avião de quatro motores:

Ele é seguro se pelo menos 2 motores estiverem funcionando:

$$P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = 1 - P(X = 1) - P(X = 0)$$

$$P(X \geq 2) = 1 - C_1^4 \cdot p^1 \cdot (1 - p)^3 - (1 - p)^4$$

$$P(X \geq 2) = 1 - 4p \cdot (1 - p)^3 - (1 - p)^4$$

Para que seja mais seguro voar em um avião de 4 motores, devemos ter:

$$1 - 4p \cdot (1 - p)^3 - (1 - p)^4 > 1 - (1 - p)^2$$

$$-4p \cdot (1 - p)^3 - (1 - p)^4 > -(1 - p)^2 \quad \times(-1)$$

$$4p \cdot (1 - p)^3 + (1 - p)^4 < (1 - p)^2 \quad \div (1 - p)^2$$

$$4p(1 - p) + (1 - p)^2 < 1$$

$$4p(1 - p) + (1 - p)^2 < 1$$

$$4p - 4p^2 + 1 - 2p + p^2 < 1$$

$$2p < 3p^2$$

$$2 < 3p$$

$$\frac{2}{3} < p$$

Gabarito: Letra E

* * * * *