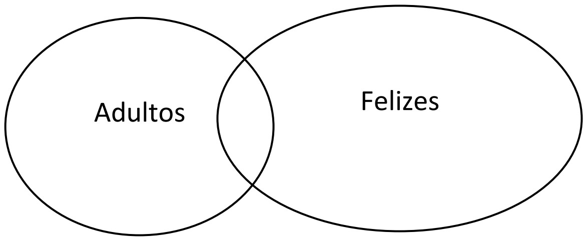
AFRFB 2014
Resolução da Prova de Raciocínio Lógico

Questão 62: ESAF - AFRFB 2014
Se é verdade que alguns adultos são felizes e que nenhum aluno de matemática é feliz, então é necessariamente verdade que:
a) algum adulto é aluno de matemática
b) nenhum adulto é aluno de matemática
c) algum adulto não é aluno de matemática
d) algum aluno de matemática é adulto
e) nenhum aluno de matemática é adulto

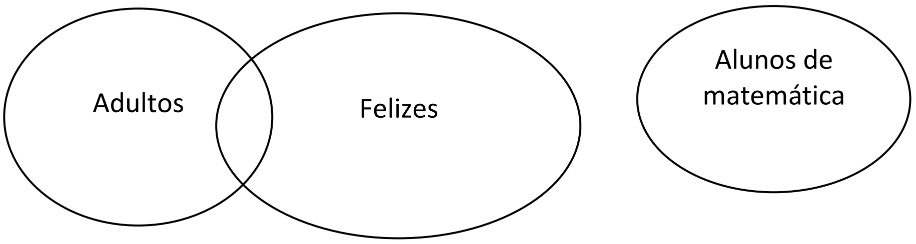
SOLUÇÃO:

Alguns Adultos são felizes. Os conjuntos possuem uma interseção:

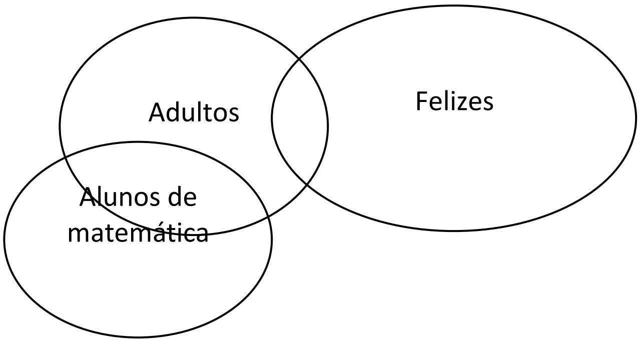


Nenhum aluno de matemática é feliz: os conjuntos de alunos de matemática e Felizes não têm interseção. Isto pode acontecer de duas maneiras. Veja abaixo as duas opções possíveis:

Opção1:



Opção 2:



Analisemos as alternativas. Note que para uma alternativa ser verdadeira, ela deve ser EM TODAS as opções possíveis que nós desenhamos.

a) algum adulto é aluno de matemática: FALSO; na opção 1 isso não ocorre;

b) nenhum adulto é aluno de matemática: FALSO; na opção 2 isso ocorre

c) algum adulto não é aluno de matemática: VERDADEIRO. Este é o gabarito. Tanto na opção 1 quanto na opção 2 temos adultos que não são alunos de matemática. Pense nos adultos que são felizes; estes, com certeza, não são alunos de matemática, pois nenhum aluno de matemática é feliz.

d) algum aluno de matemática é adulto: FALSO; na opção 1 isso não ocorre;

e) nenhum aluno de matemática é adulto: FALSO; na opção 2 isso ocorre

Gabarito: Letra C

* * * * * * * * * * *

Questão 63: ESAF - AFRFB 2014

Um polígono regular possui 48 diagonais que não passam pelo seu centro. A partir dessa informação, pode-se concluir que o número de lados desse polígono é igual a:

a) 12
b) 36
c) 24
d) 48
e) 22

SOLUÇÃO:

O número total de diagonais (D) de um polígono de n lados é dado por

$$D = \frac{n(n-3)}{2}$$

Quanto às diagonais que passam pelo centro (d), temos que fazer algumas considerações. Se o número de lados do polígono n for par, o número de diagonais que passam pelo centro é igual a d=n/2. Se o número de lados do polígono (n) for ímpar, o número de diagonais que passam pelo centro é igual a d=0 (zero).

Para achar o número de diagonais que NÃO passam pelo centro, basta subtrair D - d

Suponhamos n par:

$$48 = \frac{n(n-3)}{2} - \frac{n}{2}$$

Resolvendo a equação, temos n=12 ou n=-8. Desprezando a resposta negativa, ficamos com n=12, o que é coerente com nossa suposição inicial (n é par).

<u>Suponhamos n ímpar:</u>

$$48 = \frac{n(n-3)}{2}$$

Esta equação nos leva a um delta Δ=393, que não é um quadrado perfeito, ou seja, isso vai nos levar a um n não inteiro, o que não PE coerente com nossa suposição.

Logo, n = 12

Gabarito: Letra A
* * * * * * * * * * *

Questão 64: ESAF - AFRFB 2014
Ana está realizando um teste e precisa resolver uma questão de raciocínio lógico. No enunciado da questão, é afirmado que: "todo X1 é Y. Todo X2, se não for X3, ou é X1 ou é X4. Após, sem sucesso, tentar encontrar a alternativa correta, ela escuta alguém, acertadamente, afirmar que: não há X3 e não há X4 que não seja Y. A partir disso, Ana conclui, corretamente, que:
a) todo Y é X2.
b) todo Y é X3 ou X4.
c) algum X3 é X4.
d) algum X1 é X3.
e) todo X2 é Y.

<u>SOLUÇÃO:</u>

Analisando as afirmativas:

i) ***todo X1 é Y***

ii) *não há X3 e não há X4 que não seja Y, ou seja:* ***todo X3 é Y*** *e* ***todo X4 é Y***

iii) *Todo X2, se não for X3, ou é X1 ou é X4; ou seja, o X2 ou é X1 ou é X3 ou é X4. Mas X1, X3 e X4 são todos Y. Logo,* ***<u>todo X2 é Y</u>***

Gabarito: Letra E
* * * * * * * * * * *

Questão 65: ESAF - AFRFB 2014
Duas estudantes de química, Sara e Renata, estão trabalhando com uma mistura de amônia e água. Renata está trabalhando com a mistura de amônia e água, na proporção de 5:9, ou seja: 5 partes de amônia para 9 partes de água. Sabe-se que Sara está trabalhando com a mistura de amônia e água na proporção de 8:7, ou seja: 8 partes de amônia para 7 partes de água. Desse modo, para se obter uma mistura de amônia e água na proporção de 1:1, as misturas de Sara e Renata devem ser misturas, respectivamente, na proporção:
a) 8:15
b) 7:35
c) 30:7
d) 35:7
e) 32:5

SOLUÇÃO:

Renata está trabalhando com a mistura de amônia e água, na proporção de 5:9, ou seja: 5 partes de amônia para 9 partes de água. Ou seja, consideramos que a mistura de Renata tem 14 partes (5+9), e que 5/14 são de amônia e 9/14 são de água.

Analogamente, consideramos que a mistura de Sara tem 15 partes (8+7), e que 8/15 são de amônia e 7/15 são de água.

Se pegarmos R litros da mistura de Renata e S litros da mistura de Sara, teremos que ficar com a seguinte relação:

$$\frac{5}{14} \cdot R + \frac{8}{15} \cdot S = \frac{9}{14} \cdot R + \frac{7}{15} \cdot S$$
$$\frac{1}{15} \cdot S = \frac{4}{14} \cdot R$$
$$\frac{S}{R} = \frac{15 \cdot 4}{14} = \frac{30}{7}$$

Gabarito: Letra C
* * * * * * * * * * *

Questão 66: ESAF - AFRFB 2014
Considere a função bijetora f, de R em R definida por f(x) = (x^2-1), se x ≥ 0 e f (x) = (x - 1), se x < 0, em que R é o conjunto de números reais. Então os valores da função inversa de f, quando x= -8 e x = 8 são, respectivamente, iguais a:
a) -7 ; 3
b) -7 ; -3
c)1/9; 1/63
d) -1/9; -1/63
e) -63 ; 9

SOLUÇÃO:

Achemos a inversa da parte da função em que x≥0.

$$f(x) = x^2 - 1$$
$$y = x^2 - 1$$
$$x^2 = y + 1$$
$$x = \pm\sqrt{y+1}$$

Como essa parte da função está definida para x≥0 e como o radical é sempre positivo, eliminamos a resposta negativa:

$$x = \sqrt{y+1}$$
$$f^{-1}(x) = \sqrt{x+1}, \ \ para\, x \geq 0$$

Achemos a inversa da parte da função em que x<0.

$$f(x) = x - 1$$
$$y = x - 1$$
$$x = y + 1$$
$$f^{-1}(x) = x + 1, \ \ para\, x < 0$$

Logo,

$f^{-1}(-8) = -8 + 1 = \mathbf{-7}$

$f^{-1}(8) = \sqrt{8+1} = \mathbf{3}$

Gabarito: Letra A
* * * * * * * * * * *

Questão 67: ESAF - AFRFB 2014
O cosseno de um ângulo x, com π/2<x< π, é igual a -7/25. Desse modo, a tangente de x/2 é igual a:
a)-4/3
b)4/3
c)-3/2
d)3/23
e) 1

SOLUÇÃO:

Desenvolvemos as fórmulas do arco duplo para encontrar as relações do arco metade:

$$cos2x = cos^2x - sen^2x$$

Logo,

$$cosx = cos^2\frac{x}{2} - sen^2\frac{x}{2}$$

Mas,

$$cos^2\frac{x}{2} + sen^2\frac{x}{2} = 1$$
$$sen^2\frac{x}{2} = 1 - cos^2\frac{x}{2}$$

Então:

$$cosx = cos^2\frac{x}{2} - 1 + cos^2\frac{x}{2} = 2cos^2\frac{x}{2} - 1$$

Então:

$$\boldsymbol{cos\frac{x}{2} = \sqrt{\frac{1 + cosx}{2}}}$$

Da relação fundamental, vem:

$$cos^2\frac{x}{2} + sen^2\frac{x}{2} = 1$$
$$sen^2\frac{x}{2} = 1 - cos^2\frac{x}{2}$$
$$sen^2\frac{x}{2} = 1 - \frac{cosx + 1}{2}$$
$$\boldsymbol{sen\frac{x}{2} = \sqrt{\frac{1 - cosx}{2}}}$$

A tangente de x/2 vale então:

$$tg\frac{x}{2} = \frac{sen\frac{x}{2}}{cos\frac{x}{2}} = \frac{\sqrt{\frac{1 - cosx}{2}}}{\sqrt{\frac{1 + cosx}{2}}}$$

$$tg\frac{x}{2} = \sqrt{\frac{1 - cosx}{1 + cosx}} = \sqrt{\frac{1 - (-\frac{7}{25})}{1 + (-\frac{7}{25})}} = \sqrt{\frac{32}{18}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$$

Gabarito: Letra B
* * * * * * * * * * *

Questão 69: ESAF - AFRFB 2014
A matriz quadrada A, definida genericamente por A = a_{ij}, é dada por a_{11} = 0; a_{12} = - 4; a_{13} = 2; a_{21} = x; a_{22} = 0; a_{23} = (1 - z); a_{31} = y; a_{32} = 2z e, por último, a_{33} = 0. Desse modo, para que a matriz A seja uma matriz antissimétrica, os valores de a_{21}, a_{23}, a_{31} e a_{32} deverão ser, respectivamente, iguais a:
a) 4; -2; -2; -2.
b) 4; -2; 2; -2.
c) 4; 2; -2; -2.
d) -4; -2; 2; -2.
e) -4; -2; -2; -2.

SOLUÇÃO:

Uma matriz antissimétrica é aquela cuja transposta coincide com sua oposta, ou seja,

$$A^t = -A$$

Ou

$$a_{ij} = -a_{ji}$$

A matriz do enunciado é:

$$\begin{pmatrix} 0 & -4 & 2 \\ x & 0 & 1-z \\ y & 2z & 0 \end{pmatrix}$$

Para que seja antissimétrica, precisamos ter:

$$x = -(-4)$$

$$y = -(2)$$

$$1 - z = -(2z)$$

Logo,

$$x = 4$$

$$y = -2$$

$$z = -1$$

Nossa matriz fica:

$$\begin{pmatrix} 0 & -4 & 2 \\ \mathbf{4} & 0 & \mathbf{2} \\ \mathbf{-2} & \mathbf{-2} & 0 \end{pmatrix}$$

Gabarito: Letra C
* * * * * * * * * * *

Questão 70: ESAF - AFRFB 2014
Considere a reta R1 dada pela equação 3y = -4x e a circunferência C1, dada pela equação $x^2 + y^2 + 5x - 7y - 1 = 0$.
A partir disso tem-se que:
a) R1 é tangente à C1 e o centro de C1 é o ponto (-5/2,7/2)
b) R1 é exterior à C1 e o centro de C1 é o ponto (-5/2,7/2)
c) R1 é secante à C1 e o centro de C1 é o ponto (5/2,7/2)
d) R1 é secante à C1 e o centro de C1 é o ponto (-5/2,7/2)
e) R1 é secante à C1 e o centro de C1 é o ponto (5/2,-7/2)

SOLUÇÃO:

Para avaliar a posição relativa da reta em relação à circunferência, igualamos as duas equações.

$$3y = -4x$$
$$y = -\frac{4}{3}x$$

$$x^2 + y^2 + 5x - 7y - 1 = 0$$
$$x^2 + \left(-\frac{4}{3}x\right)^2 + 5x - 7\left(-\frac{4}{3}x\right) - 1 = 0$$

$$x^2 + \frac{16x^2}{9} + 5x + \frac{28x}{3} - 1 = 0$$
$$9x^2 + 16x^2 + 45x + 84x - 1 = 0$$
$$25x^2 + 129x - 9 = 0$$
$$\Delta = 129^2 - 4 \cdot 25 \cdot (-1)$$

Repare que o Δ é positivo, ou seja, há duas raízes reais diferentes para essa equação, o que quer nos mostrar que a reta corta a circunferência em dois pontos distintos. Ou seja, são secantes.

A equação de uma circunferência com centro em (x_c,y_c) e raio R é dada por:

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = R^2$$

Desenvolvendo, ficamos com:

$$x^2 - 2x_cx + {x_c}^2 + y^2 - 2y_cy + {y_c}^2 = R^2$$
$$x^2 + y^2 - 2x_cx - 2y_cy + {x_c}^2 + {y_c}^2 - R^2 = 0$$

Igualando:

$$x^2 + y^2 - 2x_cx - 2y_cy + {x_c}^2 + {y_c}^2 - R^2 = x^2 + y^2 + 5x - 7y - 1$$

$$-2x_c = 5$$
$$x_c = -\frac{5}{2}$$

$$-2y_c = -7$$
$$y_c = \frac{7}{2}$$

O centro de C1 é o ponto (-5/2,7/2)

Gabarito: Letra D

* * * * * * * * * * *