

Prova Resolvida

21 - Uma caixa contém certa quantidade de lâmpadas. Ao retirá-las de 3 em 3 ou de 5 em 5, sobram 2 lâmpadas na caixa. Entretanto, se as lâmpadas forem removidas de 7 em 7, sobrar uma única lâmpada. Assinale a alternativa correspondente à quantidade de lâmpadas que há na caixa, sabendo que esta comporta um máximo de 100 lâmpadas.

- a) 36
- b) 57
- c) 78
- d) 92

Solução

Chamando de x a quantidade de lâmpadas da caixa, podemos concluir que $x - 2$ é múltiplo de 3 e de 5, ou seja, é múltiplo de 15, e que $x - 1$ é múltiplo de 7. Sabemos também que x é menor ou igual a 100. Assim, temos o seguinte:

múltiplos de 15: 15, 30, 45, 60, 75, 90

múltiplos de 7: 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98

Como $x - 1$ é múltiplo de 7 e $x - 2$ é múltiplo de 15, devemos encontrar um múltiplo de 7 e um múltiplo de 15 que sejam consecutivos, com o múltiplo de 7 sendo uma unidade maior que o múltiplo de 15. Essa situação só ocorre para os números 90 e 91, ou seja, $x - 2 = 90$ e $x - 1 = 91$:

$$\begin{aligned}x - 2 &= 90 \\x &= 90 + 2 \\x &= 92\end{aligned}$$

ou então,

$$\begin{aligned}x - 1 &= 91 \\x &= 91 + 1 \\x &= 92\end{aligned}$$

Resposta letra D.

22 - Devido a um acidente ocorrido em alto mar, uma grande quantidade de óleo está vazando de um navio cargueiro. Suponha que a mancha de óleo gerada por esse vazamento esteja se espalhando uniformemente em todas as direções e que, após algumas horas do início do vazamento, estima-se que a mancha terá assumido o formato circular, com raio de 500 metros. Qual será a área coberta pelo óleo nesse momento? (Use $\pi = 3,14$)

- a) 0,157 km².
- b) 0,471 km².
- c) 0,785 km².
- d) 1,57 km².

Solução

Nessa questão, devemos calcular a área da mancha que é um círculo de raio igual a 500 metros.

$$\text{Área} = \pi \cdot R^2$$

Como a resposta está em quilômetros quadrados, iremos transformar o raio de metro para quilômetro:

$$\text{Área} = \pi \cdot R^2$$

$$\text{Área} = 3,14 \times (0,5)^2$$

$$\text{Área} = 3,14 \times 0,25$$

$$\text{Área} = 0,785 \text{ km}^2$$

Resposta letra C.

23 - Após viajar 300 km e chegar ao seu destino, um motorista percebeu que, se sua velocidade média na viagem tivesse sido 10 km/h superior, ele teria diminuído o tempo da viagem em 1 hora. Quanto tempo o motorista gastou na viagem?

- a) 6 horas.
- b) 5,5 horas.
- c) 5 horas.
- d) 4,5 horas.

Solução

Nessa questão, vamos chamar de v a velocidade média e de t o tempo gasto no percurso de 300 km. Podemos perceber que a velocidade e o tempo são grandezas inversamente proporcionais. Com isso, podemos montar a seguinte proporção:

$$v \cdot t = 300 \text{ (equação 1)}$$

Sabendo que se sua velocidade média na viagem tivesse sido 10 km/h superior, ele teria diminuído o tempo da viagem em 1 hora, podemos montar a seguinte proporção:

$$(v + 10).(t - 1) = 300$$

$$v.t - v + 10.t - 10 = 300 \text{ (equação 2)}$$

Igualando as equações 1 e 2, temos:

$$\cancel{v.t} = \cancel{v.t} - v + 10.t - 10$$

$$v = 10.t - 10$$

Substituindo o valor de v na equação 1, temos:

$$v.t = 300$$

$$(10.t - 10).t = 300$$

$$10.t^2 - 10.t - 300 = 0$$

Dividindo tudo por 10, temos:

$$t^2 - t - 30 = 0$$

Resolvendo a equação do 2º grau, temos:

$$\Delta = (-1)^2 - 4.(1).(-30)$$

$$\Delta = 1 + 120$$

$$\Delta = 121$$

$$t = \frac{-(-1) \pm \sqrt{121}}{2 \times 1}$$

$$t = \frac{1 \pm 11}{2}$$

Como não podemos ter tempo negativo, só teremos uma opção para t:

$$t = \frac{1+11}{2}$$

$$t = \frac{12}{2} = 6 \text{ horas}$$

Resposta letra A.

24 - Abaixo estão representados os primeiros passos da construção de uma sequência de figuras formadas por quadrados. Nessa sequência, cada figura é obtida a partir da figura anterior seguindo-se certa regra, conforme indicado a seguir:



Seguindo essa mesma regra, quantos quadrados terá a figura do passo 20?

- a) 125 quadrados.
- b) 421 quadrados.
- c) 653 quadrados.
- d) 761 quadrados.

Solução

Nessa questão, deveríamos perceber a lógica da sequência. Percebam o seguinte:

Passo 1: 1 quadrado

Passo 2: 5 quadrados

Passo 3: 13 quadrados

Passo 4: 25 quadrados

Podemos perceber o seguinte:

$$\text{Passo 1: } 1^2 + 0^2 = 1 + 0 = 1 \text{ quadrado}$$

$$\text{Passo 2: } 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5 \text{ quadrados}$$

$$\text{Passo 3: } 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13 \text{ quadrados}$$

$$\text{Passo 4: } 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \text{ quadrados}$$

Assim, podemos concluir que para o passo 20 teremos:

$$\text{Passo 20: } 20^2 + 19^2 = 400 + 361 = 761 \text{ quadrados}$$

Resposta letra D.

25 - Um grupo de alunos deseja comprar um livro como presente para sua professora. Se cada aluno contribuir com R\$ 9,00 para a compra do livro, haverá R\$ 11,00 de troco ao final. Por outro lado, se cada aluno contribuir com R\$ 6,00, faltarão R\$ 16,00 para completar o valor do livro. Qual é o preço do livro?

- a) R\$ 56,00.
- b) R\$ 64,00.
- c) R\$ 70,00.
- d) R\$ 85,00.

Solução

Nessa questão, vamos chamar de A a quantidade de alunos e de L o preço do livro. Assim, temos:

Se cada aluno contribuir com R\$ 9,00 para a compra do livro, haverá R\$ 11,00 de troco ao final

$$9.A - 11 = L \text{ (equação 1)}$$

Se cada aluno contribuir com R\$ 6,00, faltarão R\$ 16,00 para completar o valor do livro

$$6.A + 16 = L \text{ (equação 2)}$$

Substituindo o valor de L da equação 2 na equação 1, temos:

$$9.A - 11 = L$$

$$9.A - 11 = 6.A + 16$$

$$9.A - 6.A = 16 + 11$$

$$3.A = 27$$

$$A = \frac{27}{3} = 9 \text{ alunos}$$

Substituindo o valor de A na equação 1, temos:

$$L = 9.A - 11$$

$$L = 9 \times 9 - 11$$

$$L = 81 - 11$$

$$L = \text{R\$ } 70,00$$

Resposta letra C.

26 - Um tanque é abastecido com água por três torneiras, cada uma com uma vazão diferente, que podem ser abertas e fechadas individualmente. Quando o tanque se encontra vazio, cada uma delas é capaz de enchê-lo em 2, 5 e 10 horas individualmente. Se as três torneiras forem abertas simultaneamente, no momento em que o tanque está vazio, quanto tempo será necessário para enchê-lo?

- a) 1 hora e 15 minutos.
- b) 1 hora e 48 minutos.
- c) 3 horas e 20 minutos.
- d) 7 horas e 12 minutos.

Solução

Nessa questão, sabemos que as torneiras enchem sozinhas 100% do tanque em 2, 5 e 10 horas. Assim, em 1 hora, cada uma irá encher:

Torneira 1:

$$\frac{100\%}{2} = \frac{x\%}{1}$$

$$x = 50\%$$

Torneira 2:

$$\frac{100\%}{5} = \frac{y\%}{1}$$

$$y = 20\%$$

Torneira 3:

$$\frac{100\%}{10} = \frac{z\%}{1}$$

$$z = 10\%$$

Portanto, em 1 hora, as três torneiras juntas irão encher $50 + 20 + 10 = 80\%$ do tanque. Resta sabermos quando as três torneiras irão encher 100% do tanque:

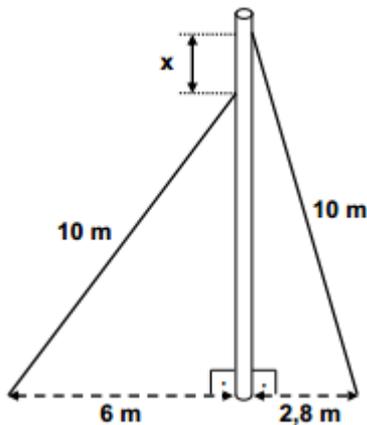
$$\frac{80\%}{1} = \frac{100\%}{k}$$

$$k = \frac{100\%}{80\%}$$

$$k = \frac{10}{8} = 1,25 = 1 \text{ hora e } 15 \text{ minutos}$$

Resposta letra A.

27 - Um mastro é mantido na vertical por meio de dois cabos de 10 m de comprimento. O primeiro está fixado a 6 m da base do mastro, e o segundo a 2,8 m da base, conforme indica a figura. Determine a distância x entre as alturas dos pontos de fixação dos cabos no mastro.



- a) 1,2 m.
- b) 1,6 m.
- c) 2,4 m.
- d) 2,8 m.

Solução

Nessa questão, vamos chamar de A a altura do cabo fixado a 6 metros da base do mastro, e de B a altura do cabo fixado a 2,8 metros da base do mastro. Temos então dois triângulos retângulos e podemos encontrar o valor de A e de B utilizando Pitágoras:

1º triângulo:

$$A^2 + 6^2 = 10^2$$

$$A^2 + 36 = 100$$

$$A^2 = 100 - 36$$

$$A^2 = 64$$

$$A = 8$$

2º triângulo:

$$B^2 + 2,8^2 = 10^2$$

$$B^2 + 7,84 = 100$$

$$B^2 = 100 - 7,84$$

$$B^2 = 92,16$$

$$B = 9,6$$

Com isso, podemos encontrar o valor de x:

$$x = B - A$$

$$x = 9,6 - 8$$

$$x = 1,6 \text{ m}$$

Resposta letra B.

28 - Após o processo de recuperação de uma reserva ambiental, uma espécie de aves, que havia sido extinta nessa reserva, foi reintroduzida. Os biólogos responsáveis por essa área estimam que o número P de aves dessa espécie, t anos após ser reintroduzida na reserva, possa ser calculado pela expressão

$$P = \frac{300}{7 + 8 \times (0,5)^t}$$

De acordo com essa estimativa, quantos anos serão necessários para dobrar a população inicialmente reintroduzida?

- a) 2 anos.
- b) 4 anos.
- c) 8 anos.
- d) 16 anos.

Solução

Nessa questão, primeiro devemos encontrar a quantidade inicialmente introduzida na reserva, que será o valor de P quando $t = 0$:

$$P = \frac{300}{7 + 8 \times (0,5)^t}$$

$$P(0) = \frac{300}{7 + 8 \times (0,5)^0}$$

$$P(0) = \frac{300}{7 + 8 \times 1}$$

$$P(0) = \frac{300}{7 + 8}$$

$$P(0) = \frac{300}{15}$$

$$P(0) = 20$$

Agora, como queremos saber o tempo que levará para dobrar a população inicialmente reintroduzida, encontraremos o valor de t quando $P = 2 \times 20 = 40$:

$$P = \frac{300}{7 + 8 \times (0,5)^t}$$

$$40 = \frac{300}{7 + 8 \times (0,5)^t}$$

$$280 + 320 \cdot (0,5)^t = 300$$

$$320 \cdot (0,5)^t = 300 - 280$$

$$320 \cdot (0,5)^t = 20$$

$$(0,5)^t = \frac{20}{320}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^t = \frac{1}{16}$$

$$\frac{1}{2^t} = \frac{1}{2^4}$$

$$t = 4 \text{ anos}$$

Resposta letra B.

29 - Suponha que o tempo necessário para se tomar uma decisão esteja relacionado com o número de escolhas de que se dispõe. Nesse caso, um modelo matemático que fornece o tempo de reação R, em segundos, em função do número de escolhas N, é dado pela expressão:

$$R = 0,17 + 0,44 \log(N)$$

De acordo com esse modelo, quando o número de escolhas for reduzido de 100 para 10, qual será o percentual de diminuição no tempo de reação, aproximadamente?

- a) 26%.
- b) 42%.
- c) 55%.
- d) 88%.

Solução

Nessa questão, primeiro vamos calcular o tempo de reação para 100 opções de escolha, em seguida calculamos o tempo de reação para 10 opções de escolha e por fim calculamos o percentual de redução:

100 opções de escolha

$$R = 0,17 + 0,44 \cdot \log(N)$$

$$R = 0,17 + 0,44 \cdot \log(100)$$

$$R = 0,17 + 0,44 \cdot \log(10^2)$$

$$R = 0,17 + 0,44 \times 2 \cdot \log(10)$$

$$R = 0,17 + 0,44 \times 2$$

$$R = 0,17 + 0,88$$

$$R = 1,05$$

Agora calculamos o tempo para 10 opções de escolha:

10 opções de escolha

$$R = 0,17 + 0,44 \cdot \log(N)$$

$$R = 0,17 + 0,44 \cdot \log(10)$$

$$R = 0,17 + 0,44$$

$$R = 0,61$$

Por fim, calculamos a redução percentual:

$$\% \text{ de Redução} = \frac{1,05 - 0,61}{1,05}$$

$$\% \text{ de Redução} = \frac{0,44}{1,05} = 0,42 = 42\%$$

Resposta letra B.

30 - Um investimento rende juros compostos a uma taxa de 6% ao ano. Depois de quantos anos, um valor inicial de R\$ 1.000,00 chegará ao valor de R\$ 10.000,00 com esse investimento? (Use $\log(1,06) = 0,025$)

- a) 20 anos.
- b) 30 anos.
- c) 40 anos.
- d) 50 anos.

Solução

Nessa questão, devemos calcular o período que leva para uma aplicação de R\$ 1.000,00 alcançar R\$ 10.000,00, no sistema de juros compostos. Assim, temos:

$$M = C.(1 + i)^n$$

$$10.000 = 1.000.(1 + 0,06)^n$$

$$10 = (1,06)^n$$

Aplicando log nos dois lados da equação, temos:

$$\log 10 = \log (1,06)^n$$

$$1 = n.\log (1,06)$$

$$1 = n.0,025$$

$$n = \frac{1}{0,025}$$

$$n = 40 \text{ anos}$$

Resposta letra C.