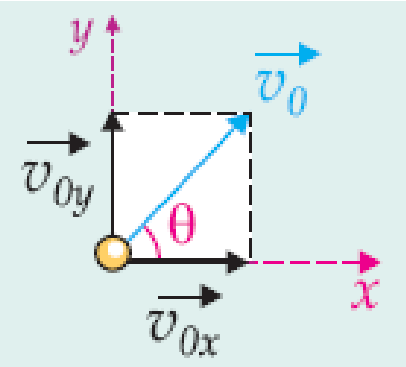
CAIU NO CBMCE!

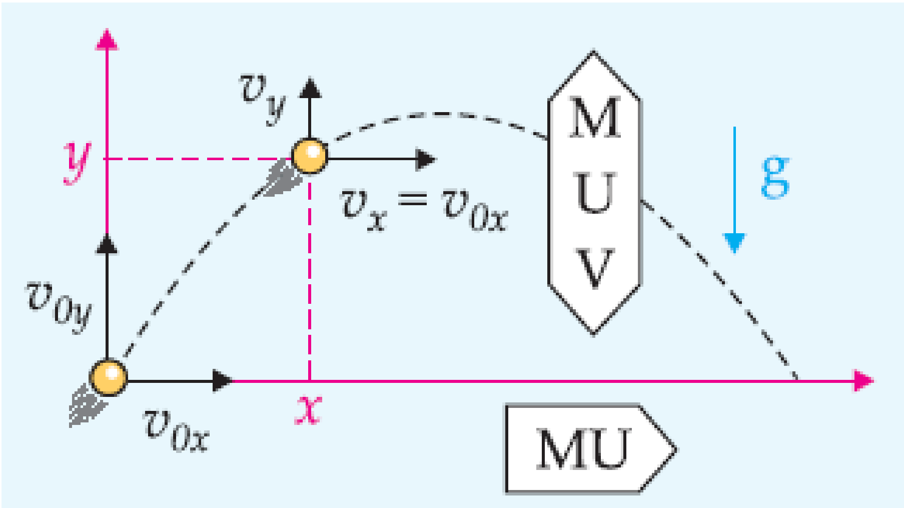
1. Lançamento Oblíquo

O lançamento oblíquo possui uma diferença básica em relação aos movimentos de lançamento horizontal e vertical.

No lançamento oblíquo a velocidade inicial é inclinada em relação à horizontal, de um ângulo θ. Observe as figuras abaixo na qual podemos observar a velocidade inicial inclinada do corpo, bem como o movimento desse tipo:



(velocidade inicial decomposta)



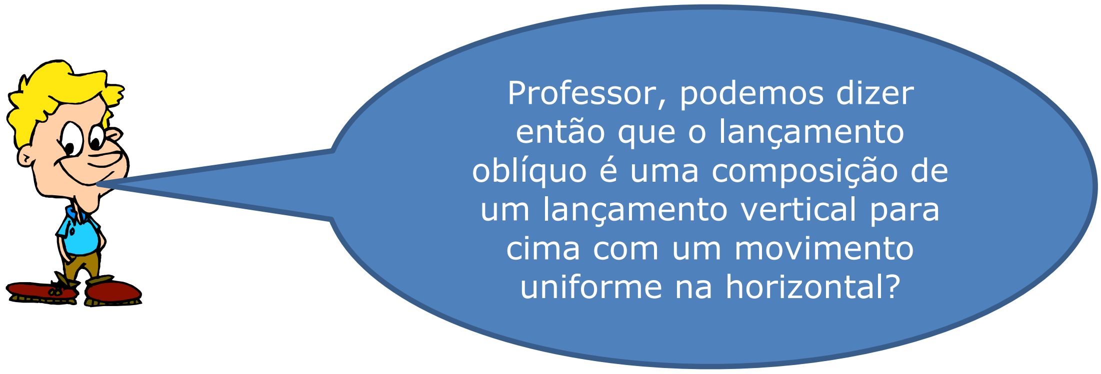
Vamos fazer as devidas observações acerca desse movimento:

a) Movimento horizontal (em "x"):

O movimento horizontal é mais uma vez, assim como o era no caso do lançamento horizontal, um movimento uniforme com velocidade constante. Não possuímos qualquer tipo de aceleração nessa direção, o que nos permite afirmar que o movimento não sofre aumento ou redução de velocidade.

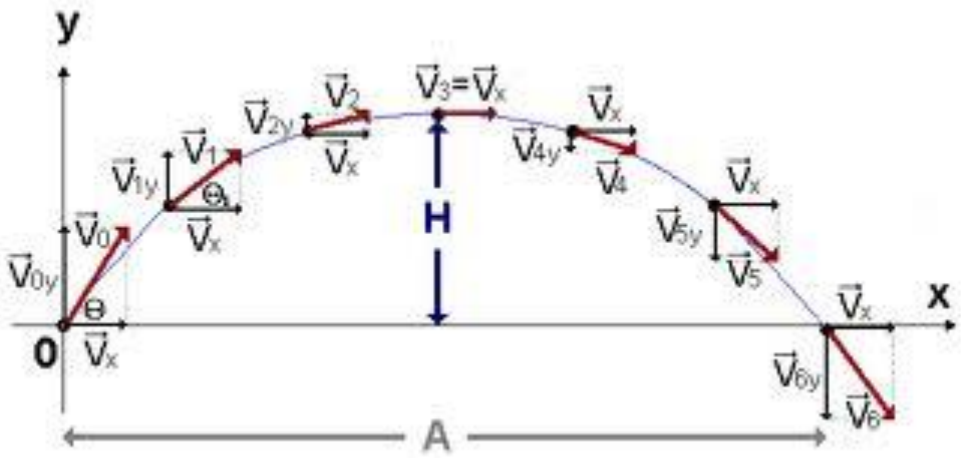
b) Movimento vertical (em “y”):

O movimento vertical é uniformemente variado, pois na vertical temos a presença da aceleração da gravidade, vertical e para baixo. Assim, o movimento vertical assemelha-se a um lançamento vertical para cima, com as mesmas características de tempo de subida, tempo de descida e altura máxima.



Exatamente Aderbal! E lembre-se que, de acordo com o princípio de Galileu, já explicado anteriormente, esses movimento são independentes.

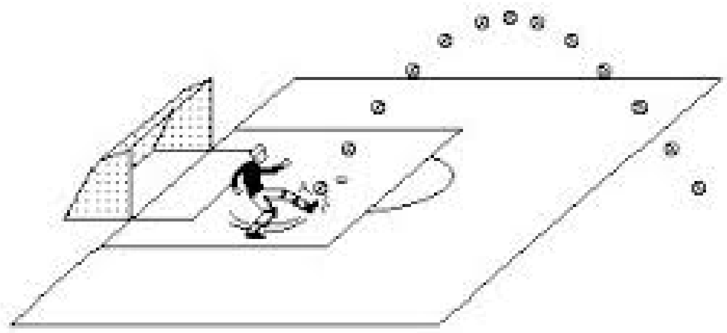
Observe a figura abaixo na qual podemos ver mais uma vez o movimento de lançamento oblíquo:

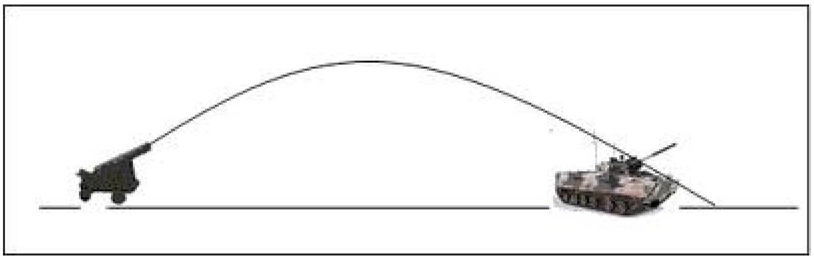


Note na figura acima que a velocidade horizontal mantém-se constante e sempre igual a V_x, enquanto que a velocidade vertical aumenta e reduz o seu valor de acordo com instante de tempo considerado.

Perceba que a velocidade vertical no ponto de altura máxima é nula, e esse fato será muito importante nas demonstrações das fórmulas nos itens seguintes.

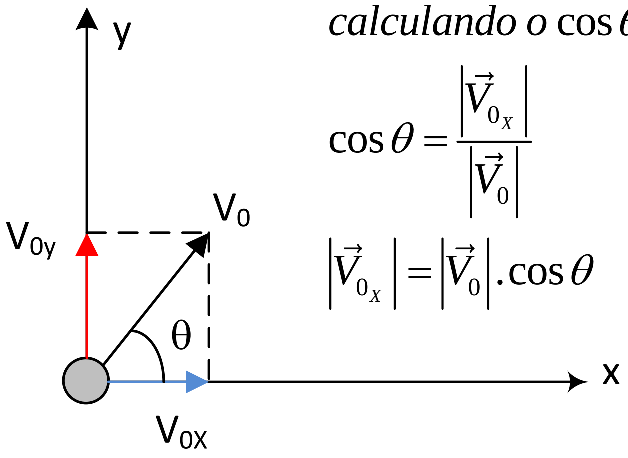
O lançamento oblíquo é muito comum na vida prática, podemos percebê-lo em um jogo de futebol, quando o goleiro bate um tiro de meta, ou em balística, quando um projétil é lançado contra o inimigo.





1.1 A decomposição da velocidade inicial

A velocidade inicial pode e deve ser decomposta nas direções vertical e horizontal. Vamos ver como se faz essa decomposição:



$calculando\ o\ \cos\theta:$

$$\cos\theta = \frac{\left|\vec{V}_{0_X}\right|}{\left|\vec{V}_0\right|}$$

$$\left|\vec{V}_{0_X}\right| = \left|\vec{V}_0\right|.\cos\theta$$

$calculando\ o\ sen\theta:$

$$sen\theta = \frac{\left|\vec{V}_{0_Y}\right|}{\left|\vec{V}_0\right|}$$

$$\left|\vec{V}_{0_Y}\right| = \left|\vec{V}_0\right|.sen\theta$$

Vamos utilizar a decomposição acima nos cálculos das fórmulas a serem demonstradas.

1.2 Cálculo do tempo de subida, do tempo de subida e do tempo total

Note que a subida é um movimento de lançamento vertical, ou seja, vamos usar as equações do movimento retilíneo e uniformemente variado.

Vamos pensar um pouco:

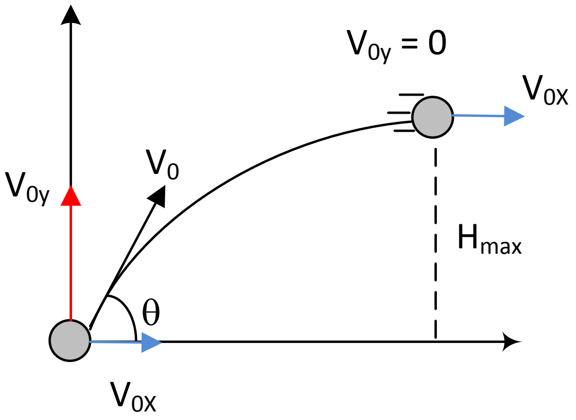
Você precisa calcular um tempo, o que nos remete a duas equações:

1. $S = S_0 + V_0.t + \frac{at^2}{2}$ - Equação horária da posição do MRUV

2. $V = V_0 + a.t$ - Equação horária da velocidade do MRUV

Ocorre que a primeira equação envolve espaços, que, a primeira vista, não é uma tarefa simples determina-los nesse momento da aula. Vamos preferir utilizar a segunda equação, uma vez que sabemos que ao final da subida o corpo apresenta velocidade vertical nula.

Assim, aplicando a equação 2 no eixo vertical:



$$V_y = V_{0_y} - g.t_{sub}$$
$$como\, V_y = 0:$$
$$0 = V_{0_y} - gt_{sub}$$
$$t_{sub} = \frac{V_{0_y}}{g} = \frac{V_0.sen\theta}{g}$$

Perceba que temos uma equação que depende apenas da inclinação do lançamento (θ), da velocidade inicial e da aceleração da gravidade.

Quanto ao tempo de descida, facilmente podemos afirmar que é igual ao tempo de subida, pois é um caso clássico de simetria entre a subida e a descida.

Lembre-se de que para pontos a mesma altura na subida e na descida podemos afirmar o seguinte:

- Possuem a mesma velocidade, porém em sentidos opostos.

Assim,

$$t_{desc.} = \frac{V_{0_y}}{g} = \frac{V_0.sen\theta}{g}$$

O tempo total é simples, pois basta notar que o tempo para subir e descer é a soma do tempo de subida e do tempo de descida, mas lembre-se de que são dois tempos iguais:

$$t_{desc.} + t_{sub.} = \frac{V_{0_y}}{g} + \frac{V_{0_y}}{g}$$

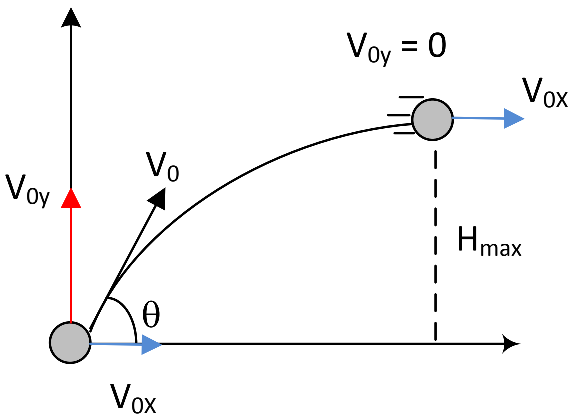
$$t_{total} = \frac{2.V_{0_y}}{g}$$

$$t_{total} = \frac{2.V_0.sen\theta}{g}$$

1.3 Cálculo da altura máxima

A altura máxima é uma distância vertical e deve ser calculada mediante a aplicação de uma das fórmulas do movimento retilíneo e uniformemente variado.

Observe a figura abaixo onde podemos observar que no movimento vertical a altura máxima é o ΔS vertical enquanto a velocidade vertical passa de V_{0y} para zero.



Usando a equação de Torricelli para calcular a $H_{MÁX}$:

$$V_Y{}^2 = V_{0y}{}^2 + 2aH_{MÁX}$$

$$0 = V_{0y}{}^2 - 2.g.H_{MÁX}$$

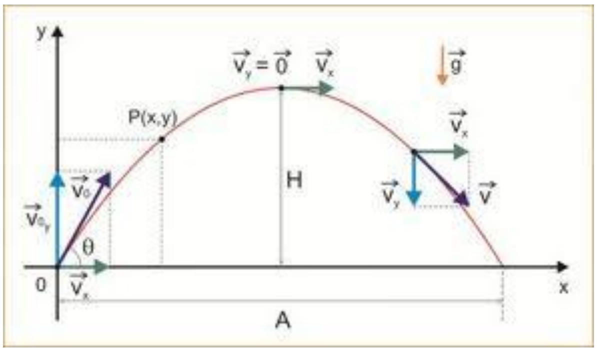
$$H_{MÁX} = \frac{V_{0y}{}^2}{2.g} = \frac{V_0{}^2.sen^2(\theta)}{2.g}$$

A altura máxima depende então da velocidade inicial, do ângulo de lançamento e da aceleração da gravidade.

1.4 Cálculo do alcance horizontal

Chegamos a um ponto muito interessante da nossa aula, que é o cálculo do alcance horizontal, que nada mais é do que a distância horizontal que um corpo alcança quando regressa ao solo.

Veja na figura abaixo o alcance representado pela letra A:



O alcance horizontal é uma distância horizontal e devemos portanto utilizar a equação do movimento uniforme (velocidade constante):

$$V_{0_x} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$V_{0_x} = \frac{A}{t_{total}}$$

$$A = V_{0_x} . t_{total}$$

$$A = V_{0_x} . \frac{2.V_{0_y}}{g}$$

$$A = \frac{2.V_{0_x} . V_{0_y}}{g}$$

Essa fórmula é a fórmula base para as demais que vamos demonstrar.

Podemos utilizar as velocidades decompostas em função dos ângulos e deduzir outra fórmula:

$$A = \frac{2.V_{0_x}.V_{0_y}}{g}$$

$$A = \frac{2.V_0.sen\theta.V_0 \cos\theta}{g}$$

$$A = \frac{V_0^{\,2}.2.sen\theta.\cos\theta}{g}$$

Essa última fórmula envolve a velocidade inicial o ângulo de inclinação e a aceleração da gravidade.

Podemos ainda modificar essa fórmula, bastando para isso lembrar-se de uma relação trigonométrica conhecida:

$$sen(2.\theta) = 2.sen\theta.\cos\theta$$

Assim, se aplicarmos essa relação na última equação do alcance demonstrada, teríamos:

$$A = \frac{V_0^{\,2}.sen(2.\theta)}{g}$$

Essa última fórmula será interessante para o cálculo do alcance máximo a ser detalhado no próximo item.

1.4.1 Alcance máximo

Para uma mesma velocidade inicial e uma mesma aceleração da gravidade, pode ser atingido um alcance máximo, para isso basta variar o ângulo de inclinação da velocidade inicial, para que esse intento seja atingido.

Você certamente já deve ter se deparado com a seguinte situação: como faço para atingir um alcance máximo com uma mangueira de jardim apenas variando a inclinação da mangueira em relação à horizontal?

Essa resposta daremos ao final da análise do alcance horizontal máximo.
Vamos partir da última fórmula demonstrada:

$$A = \frac{V_0^{\;2}.sen(2.\theta)}{g}$$

Nessa fórmula, para uma mesma velocidade inicial e para um mesmo campo gravitacional, o alcance será modificado quando da modificação do ângulo, assim o termo variante será o sen(2θ).

O seno de um ângulo possui uma variação, ou seja, possui um valor máximo e um valor mínimo:

$$1 \leq sen(2.\theta) \leq 1$$

Assim, o valor máximo que o sen(2θ) pode assumir é o valor igual a **1.**

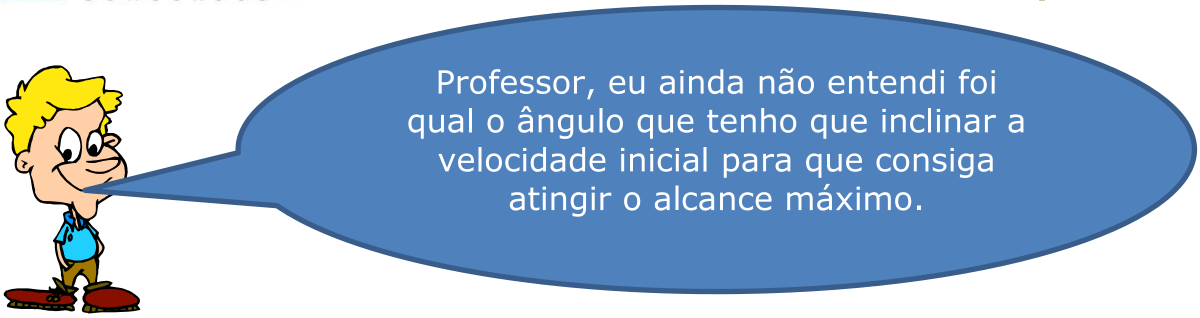
Assim, substituindo o valor de sen(2θ) = 1 na fórmula do alcance teremos:

$$A = \frac{V_0^{\;2}.sen(2.\theta)}{g}$$

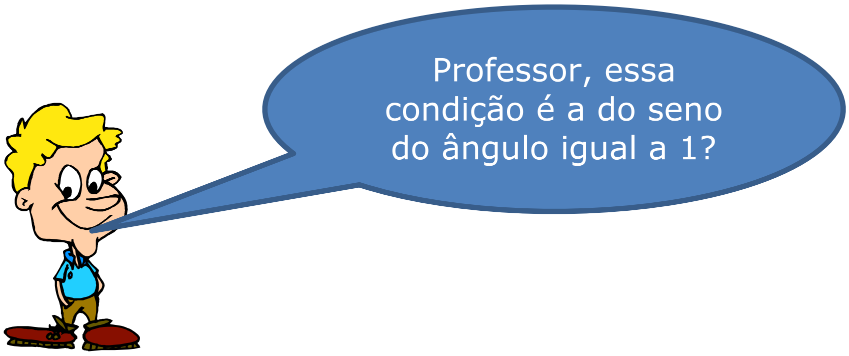
$$sen(2.\theta) = 1$$

$$A_{MÁX} = \frac{V_0^{\;2}}{g}$$

Portanto, o alcance máximo atingido pelo projétil será dado pela fórmula acima.



Bom, para isso basta analisar a condição que foi imposta para o alcance máximo.



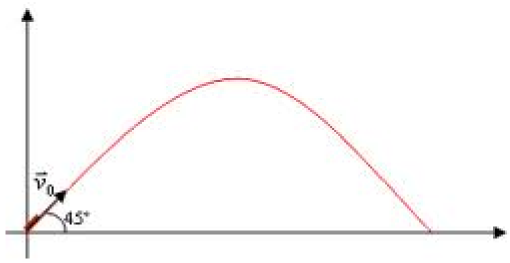
É isso aí Aderbal!

O seno do ângulo deve ser igual a 1 para que tenhamos o alcance máximo.

Assim, temos:

$$sen(2.\theta) = 1$$
$$2\theta = 90°$$
$$\theta = 45°$$

Lembre-se de que o seno de um ângulo igual a 1 implica dizer que esse ângulo é igual a 90° ou 90 + n.360°. Como não vamos utilizar os outros valores, por serem maiores que o próprio 90°, temos que o ângulo de lançamento igual a 45° implica em alcance máximo.



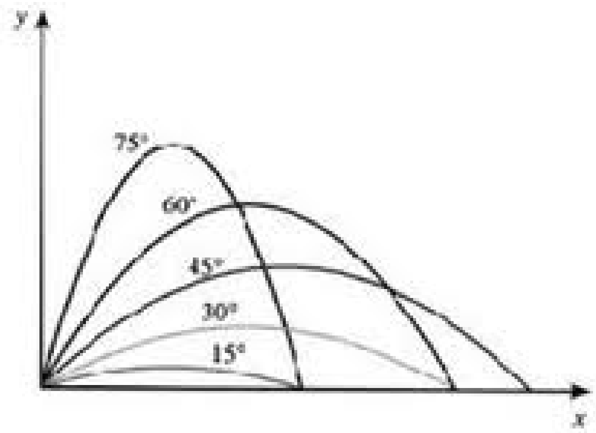
Para finalizar a teoria de hoje, vou fazer um pergunta básica:

"Pode haver dois alcances horizontais iguais para ângulos de inclinação diferentes?"

A resposta é afirmativa, para isso basta que tenhamos ângulos complementares, ou seja, basta que a soma dos ângulos de lançamento tenham soma igual a 90°.

$$\theta + \alpha = 90°$$

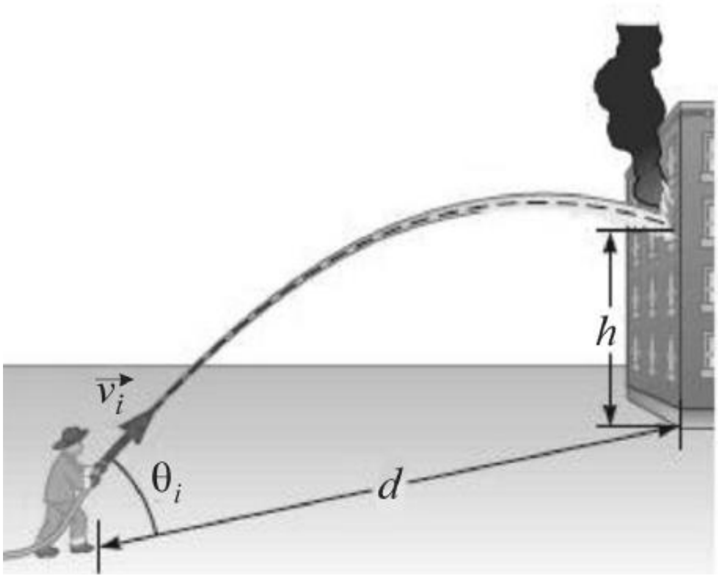
Veja abaixo uma figura onde representamos vários alcances horizontais iguais:



Veja que os alcances iguais são aqueles cuja soma dos ângulos é de 90°.

Para treinar toda essa teoria, vamos resolver e comentar uma questão que caiu no último concurso de CBM realizado pelo CESPE, uma boa opção para quem está se preparando para o CBMDF, cujo edital está saindo.

(CESPE/UNB - CBM-CE – SOLDADO – 2014)



Na figura acima, é mostrada a cena de um bombeiro, que, no plano horizontal, usa um jato de água para apagar o incêndio em um apartamento localizado a hm de altura, em relação ao mesmo plano horizontal. Nessa figura, $\vec{V}_i$ é o vetor velocidade do jato de água ao sair da mangueira; θ_i é o ângulo de inclinação do bico da mangueira em relação ao plano horizontal; e d é a distância entre o bombeiro e o edifício. Com base nessas informações, considerando que sejam nulas as forças de atrito sobre qualquer elemento do sistema e que o jato de água seja uniforme, julgue os próximos itens.

1. O jato de água atinge o alcance máximo na horizontal quando θ_i = 45º.

Item correto.

Comentário:

Essa foi fácil, depois de ler a nossa teoria, ficou fácil ver que o alcance máximo ocorre quando o ângulo de inclinação vale 45°.

2. A forma parabólica do jato de água deve-se exclusivamente à força gravitacional.

Item correto.

Comentário:

A trajetória parabólica deve-se ao fato de que o lançamento oblíquo é uma composição de um lançamento vertical para cima com um movimento uniforme na horizontal, é como se nós pegássemos um lançamento vertical para cima e esticássemos ele de modo a formar a parábola.

A única aceleração envolvida é vertical e igual a da gravidade, pois na horizontal estamos admitindo o movimento sem influência de nenhuma força conforme o enunciado do problema.

Assim, a **única força atuante é o peso**, fruto da ação da gravidade do local, o que combinado com o movimento uniforme na horizontal gera uma trajetória parabólica.

Portanto, a força atuante é exclusivamente a da gravidade.

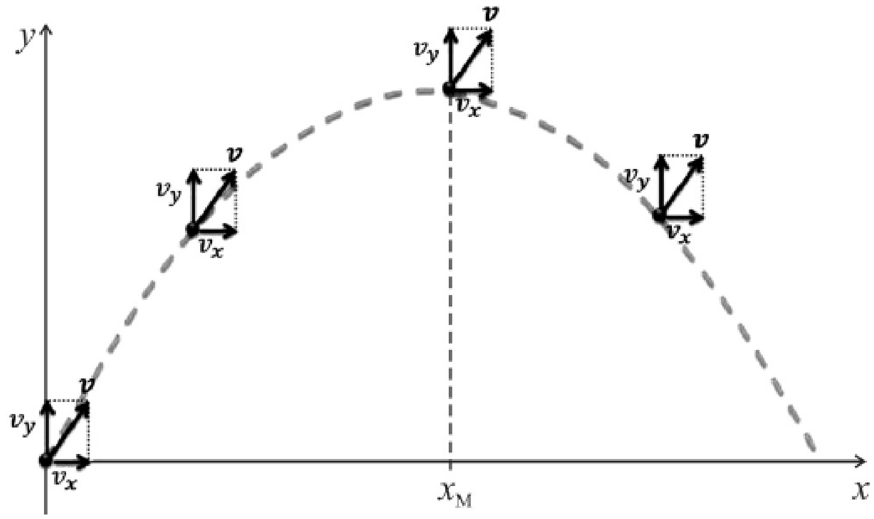
3. A projeção no eixo horizontal do movimento das partículas de água, após saírem da mangueira, descreve um movimento uniformemente acelerado.

Item incorreto.

Comentário:

Ora, acabamos de comentar no item anterior e na parte teórica desse excerto que na horizontal o movimento é uniforme e, portanto, não admite qualquer aceleração.

4. A orientação do vetor velocidade do jato de água e de suas componentes nos eixos vertical e horizontal do plano cartesiano que contém a trajetória do jato de água e que apresenta um dos eixos contido no plano horizontal em que se encontra o bombeiro pode ser corretamente representada pela seguinte figura, em que x_M é o ponto no qual o jato de água atinge sua altura máxima.



Item incorreto.

Comentário:

Nesse ponto a parábola está correta, o que não coaduna com a realidade teórica é no vértice da parábola, quando o x = x_M, a velocidade vertical é nula, ela deve inclusive diminuir a medida que o tempo passa, invertendo-se o seu sentido após a passagem pelo vértice da parábola, ou seja, durante a descida a velocidade vertical é vertical e para baixo.

Durante a subida o movimento é retardado e durante a descida ele é acelerado, portanto os vetores velocidade V_Y devem ser variáveis e não constantes como se apresentam na figura acima.

A figura mais coerente para representar essas velocidades é a abaixo: