Aula Extra: Resumão

Raciocínio Lógico:

Associação Lógica.

Receita de Bolo:

1. Analise as respostas, ANTES DE LER O ENUNCIADO;
2. Monte um quadro com as possíveis respostas;
3. Analise cada uma das afirmações do enunciado da questão e marque SIM/NÃO no quadro;
4. Assinale a afirmativa correta!!!!

DESPENCA na prova

Conectivo/Operador	Símbolo	Operação	Estrutura Lógica
e / mas	^	Conjunção	*p ^ q*
ou	v	Disjunção	*p v q*
ou...ou	<u>v</u>	Disjunção exclusiva	*p <u>v</u> q*
se...então	→	Condicional	*p → q*
se e somente se	↔	Bicondicional	*p ↔ q*
não	¬ ou ~	Negação	*¬ p ou ~p*

Resumindo

p	q	¬ p	¬ q	p ∧ q	p ∨ q	p ⊻ q	p → q	p ↔ q
V	V	F	F	V	V	F	V	V
V	F	F	V	F	V	V	F	F
F	V	V	F	F	V	V	V	F
F	F	V	V	F	F	F	V	V

CAIU na prova!

O número de linhas de uma tabela-verdade de n proposições é igual a 2^n.

CAIU na prova!

Em lógica, dizemos que duas proposições são ditas equivalentes quando o resultado da sua tabela-verdade é idêntico.

Principais Equivalências Lógicas.

Transformando de (→) para (∨) ...

DESPENCA na prova

$$p \rightarrow q = \sim p \vee q$$

1. Troque → por ∨
2. Negue o primeiro termo
3. Mantenha o segundo.

...e de (∨) para (→) :

DESPENCA na prova

$$p \vee q = \sim p \rightarrow q$$

1. Troque ∨ por →
2. Negue o primeiro termo
3. Mantenha o segundo.

A condicional é equivalente à sua contrapositiva

DESPENCA na prova

$$p \rightarrow q = \sim q \rightarrow \sim p$$

1. Inverta os dois termos da condicional
2. Negue os dois termos da condicional

Negação da Conjunção – 1ª Lei de Morgan

DESPENCA na prova

$$\sim(p \wedge q) = \sim p \vee \sim q$$

1. Apague os parênteses
2. Troque ∧ por ∨
3. Negue cada termo

Negação da Disjunção – 2ª Lei de Morgan

DESPENCA na prova

$$\sim(p \vee q) = \sim p \wedge \sim q$$

1. Apague os parênteses
2. Troque ∨ por∧
3. Negue cada termo

Negação da Condicional

DESPENCA na prova

$$\sim(p \rightarrow q) = p \wedge \sim q$$

1. Apague os parênteses
2. Troque → por∧
3. Negue apenas o segundo termo

Negação da Bicondicional

DESPENCA na prova

$$\sim(p \leftrightarrow q) = p \veebar q$$

1. Apague os parênteses
2. Troque ↔ por $\veebar$

Negação do "Ou Exclusivo"

DESPENCA na prova

$$\sim(p \veebar q) = p \leftrightarrow q$$

1. Apague os parênteses
2. Troque $\veebar$ por ↔

Resumindo

Afirmação	Negação
Todo p é q	*Algum p não é q* *Pelo menos um p não é q* *Existe pelo menos um p que não é q*
Algum p é q	*Nenhum p é q*
Nenhum p é q	*Algum p é q* *Pelo menos um p é q* *Existe pelo menos um p que é q*
Algum p não é q	*Todo p é q*

DESPENCA na prova

Um argumento será considerado VÁLIDO quando as premissas são verdadeiras e a conclusão é verdadeira.

Diagramas Lógicos: As questões de argumentação omde as premissas são formadas pelas chamadas proposições categóricas (que começam com TODO, ALGUM, NENHUM) devem ser resolvidas por diagramas lógicos.

Matemática Básica

Numeração

Posição 2	Posição 1	Posição 0
X	Y	Z
10^2	10^1	10^0

$$XYZ = Z \times \mathbf{10^0} + Y \times \mathbf{10^1} + X \times \mathbf{10^2} = 100X + 10Y + Z$$

OU

XYZ

$\xrightarrow{\times 10^0}$ $Z \times 10^0 = Z$

$\xrightarrow{\times 10^1}$ $Y \times 10^1 = 10Y$

$\xrightarrow{\times 10^2}$ $X \times 10^2 = 100X$

$$XYZ = Z \times \mathbf{10^0} + Y \times \mathbf{10^1} + X \times \mathbf{10^2} = 100X + 10Y + Z$$

Escreva 118 na base 2.

118 | 2
0 59 | 2
1 29 | 2
1 14 | 2
0 7 | 2
1 3 | 2
1 1 | 2
1 0

Dessa forma, $118 = 1110110_2$

Quer fazer a prova real?
$1110110_2 = 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^6$
$= 0 + 2 + 4 + 16 + 32 + 64 = 118$
Assim, $118 = 1110110_2$

Resto

CAIU na prova!

O resto da divisão de uma soma por um número é igual ao resto da divisão da soma dos restos das parcelas individuais por esse mesmo número.

CAIU na prova!

O resto da divisão de um produto por um número é igual ao resto da divisão do produto dos restos dos fatores individuais por esse mesmo número.

M.D.C. e M.M.C.

CAIU na prova!

O MMC é o produto de todos os fatores, com os maiores expoentes.

O MDC é o produto dos fatores <u>comuns</u> com os menores expoentes.

Dízimas Periódicas

$$Geratriz = \frac{PI\ NP\ P - PI\ NP}{9(n^{\underline{o}}\ de\ algarismos\ do\ P)\ \ 0(n^{\underline{o}}\ de\ algarismos\ do\ NP)}$$

Parte inteira (PI)
Parte não periódica (NP)
Parte periódica (P)

Inequações

Esclarecendo

Em uma inequação, quando multiplicarmos ambos os lados por (-1), devemos inverter o sinal da desigualdade!

Progressões Aritméticas e Geométricas.

Termo Geral de uma PA

DESPENCA na prova

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

Soma de uma PA

DESPENCA na prova

$$S_n = \frac{n \times (a_1 + a_n)}{2}$$

Termo Geral de uma PG

DESPENCA na prova

$$a_n = a_1 \times q^{(n-1)}$$

Soma de uma PG

DESPENCA na prova

$$S_n = \frac{a_1 \times (q^n - 1)}{q - 1}$$

Série geométrica infinita.

$$S_n = \frac{a_1}{1 - q}$$

Matrizes

Matriz Transposta: a matriz transposta A^t de uma matriz A é uma nova matriz onde suas linhas são as colunas de A.

Matriz Inversa: a matriz inversa (A^{-1}) de uma matriz quadrada (A) é aquela que, multiplicada por esta, resulta na matriz identidade. Assim:

$$A \cdot A^{-1} = I$$

$$A^{-1} = \frac{1}{detA} \cdot \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{d}{detA} & \frac{-b}{detA} \\ \frac{-c}{detA} & \frac{a}{detA} \end{pmatrix}$$

Esclarecendo

Para multiplicar matrizes, existe uma observação importante. Este produto só será possível quando o número de colunas da primeira matriz for igual ao número de linhas da segunda matriz.

$$A_{3x7} \cdot B_{7x6}$$

Cálculo do determinante de uma matriz 2x2

DESPENCA na prova

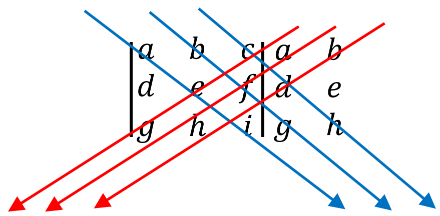
O determinante de uma matriz 2x2 é dado pela diferença entre o produto dos elementos da diagonal principal e o produto dos elementos da diagonal secundária.

$$Se\ A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, então$$

$$detA = ad - bc$$

Cálculo do determinante de uma matriz 3x3

O determinante de uma matriz 3x3 é calculado da seguinte forma:



$$\mathrm{detA} = cdh + bfg + aei - ceg - afh - bdi$$

Determinante de uma Matriz com linhas/colunas paralelas proporcionais

Se uma matriz tiver linhas/colunas paralelas proporcionais, o determinante será igual a zero.

Determinante de uma Matriz com linhas/colunas que sejam Combinação linear de outras

Se uma matriz tiver linhas/colunas que sejam combinação linear de outras, o determinante será igual a zero.

Determinante de matriz onde houve Troca de linhas/colunas

Se uma nova matriz for formada apenas trocando a ordem de linhas ou colunas, o novo determinante desta nova matriz será igual ao antigo multiplicado de -1 tantas vezes quantas forem as trocas.

Multiplicação de linha/coluna por uma constante

Quando multiplicamos uma linha/coluna por uma constante, o determinante fica multiplicado por esta mesma constante.

Multiplicação de matriz por uma constante

Quando multiplicamos uma matriz por uma constante, o determinante fica multiplicado por esta mesma constante elevada à ordem da matriz.

Determinante do produto de matrizes

O determinante do produto de matrizes é igual ao produto dos determinantes.

CAIU na prova!	**Determinante da transposta** **O determinante da transposta é igual ao determinante da matriz original.**
CAIU na prova!	**Determinante da inversa** **O determinante da inversa é igual ao inverso do determinante da matriz original.**

Raízes e Radicais

Racionalização de denominador: Esta é uma técnica muito útil quando há raízes no denominador de uma fração. Multiplicamos em cima e em baixo pela raiz, para que ela "suma". Assim:

$$\sqrt[2]{\frac{8}{3}} = \frac{\sqrt[2]{8}\ x\ \sqrt[2]{3}}{\sqrt[2]{3}\ x\ \sqrt[2]{3}} = \frac{\sqrt[2]{8}\ x\ \sqrt[2]{3}}{3} = \frac{\sqrt[2]{8.3}}{3} = \frac{\sqrt[2]{2^3.3}}{3} = \frac{\sqrt[2]{2^2.3}}{3}$$

$$= \frac{\sqrt[2]{2^2.2.3}}{3} = \frac{2\sqrt[2]{6}}{3}$$

Logaritmos,

$$log_b^{x \cdot y} = log_b^x + log_b^y$$

$$log_b^{x/y} = log_b^x - log_b^y$$

$$n \cdot log_b^a = log_b^{a^n}$$

$$log_x^a = \frac{log_b^a}{log_b^x}$$

Fatoração Algébrica

Resumindo

Evidência:	$ax + bx$	**$= (a + b)x$**
Agrupamento:	$ac + ad + bc + bd$	**$= (a + b)(c + d)$**
Quadrado da soma:	$a^2 + 2ab + b^2$	**$= (a + b)^2$**
Quadrado da diferença:	$a^2 - 2ab + b^2$	**$= (a - b)^2$**
Cubo da soma:	$a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3$	**$= (a + b)^3$**
Cubo da diferença:	$a^3 - 2a^2b + 2ab^2 - b^3$	**$=(a - b)^3$**
Diferença de quadrados	$a^2 – b^2$	**$= (a + b)(a – b)$**

DESPENCA na prova

Relação entre volume e capacidade

1 L = 1dm3

Grandezas diretamente proporcionais

DESPENCA na prova

Duas grandezas são diretamente proporcionais quando o aumento de uma implica no aumento da outra.
Quando duas grandezas são diretamente proporcionais, o quociente entre elas é constante.

Grandezas inversamente proporcionais

DESPENCA na prova

Duas grandezas são inversamente proporcionais quando o aumento de uma implica na diminuição da outra.
Quando duas grandezas são inversamente proporcionais, o produto entre elas é constante.

Conjuntos

DESPENCA na prova

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

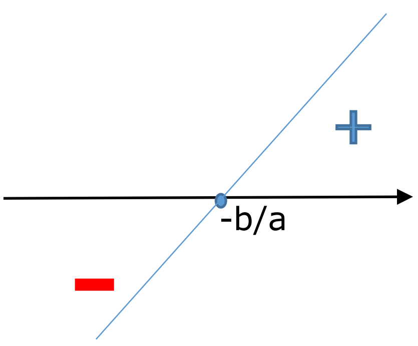
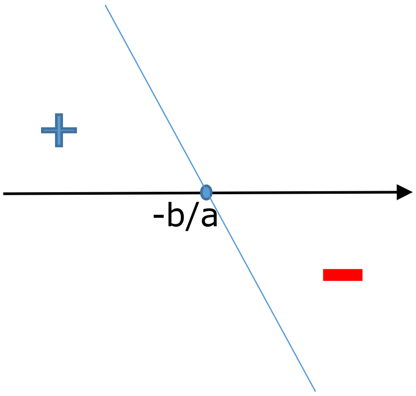
DESPENCA na prova

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Funções de Primeiro e Segundo Grau.

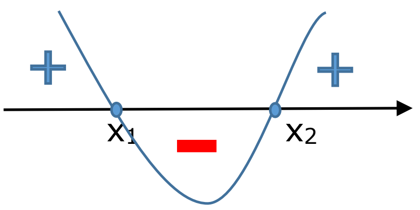
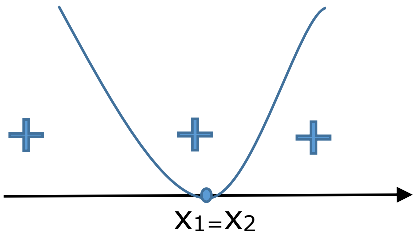
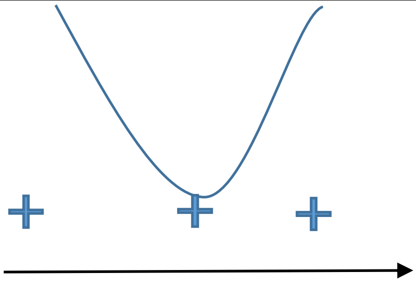
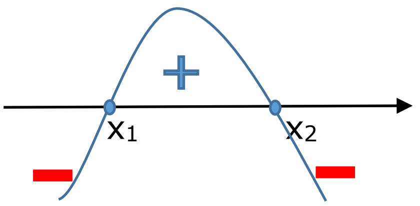
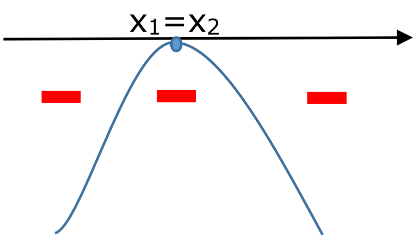
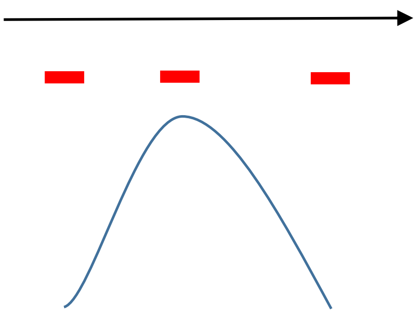
Estudo do sinal de uma função do 1º grau:

Resumindo

x = -b/a	**x = -b/a**
a > 0	**a < 0**
	
f(x)>0, se x>-b/a f(x)=0, se x=-b/a f(x)<0, se x<-b/a	f(x)>0, se x<-b/a f(x)=0, se x=-b/a f(x)<0, se x>-b/a

Estudo do sinal de uma função do 2º grau:

Resumindo

<table>
<tr><td>$\Delta > 0$
(2 raízes diferentes)</td><td>$\Delta = 0$
(2 raízes iguais)</td><td>$\Delta < 0$
(0 raízes reais)</td></tr>
<tr><td>$a > 0$</td><td>$a > 0$</td><td>$a > 0$</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>$f(x)>0$, se $x<x_1$ e $x>x_2$
$f(x)=0$, se $x=x_1$ e $x=x_2$
$f(x)<0$, se $x_1<x<x_2$</td><td>$f(x)>0$, se $x\neq x_1$ e $x\neq x_2$
$f(x)=0$, se $x=x_1=x_2$
$f(x)<0$, NUNCA</td><td>$f(x)>0$, SEMPRE
$f(x)=0$, NUNCA
$f(x)<0$, NUNCA</td></tr>
<tr><td>$a < 0$</td><td>$a < 0$</td><td>$a < 0$</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td></td></tr>
<tr><td>$f(x)>0$, se $x_1<x<x_2$
$f(x)=0$, se $x=x_1$ e $x=x_2$
$f(x)<0$, se $x<x_1$ e $x>x_2$</td><td>$f(x)>0$, NUNCA
$f(x)=0$, se $x=x_1=x_2$
$f(x)<0$, $x\neq x_1$ e $x\neq x_2$</td><td>$f(x)>0$, NUNCA
$f(x)=0$, NUNCA
$f(x)<0$, SEMPRE</td></tr>
</table>

Probabilidade

CAIU na prova!

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

CAIU na prova!

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

Para eventos independentes, a probabilidade da interseção é o produto da probabilidade de cada um deles.

DESPENCA na prova

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Teorema de *Bayes*

DESPENCA na prova

$$P(A_k|A) = \frac{P(A_k) \cdot P(A|A_k)}{\sum_{k=1}^{n} P(A_k) \cdot P(A|A_k)}$$

Teorema da Probabilidade Total

DESPENCA na prova

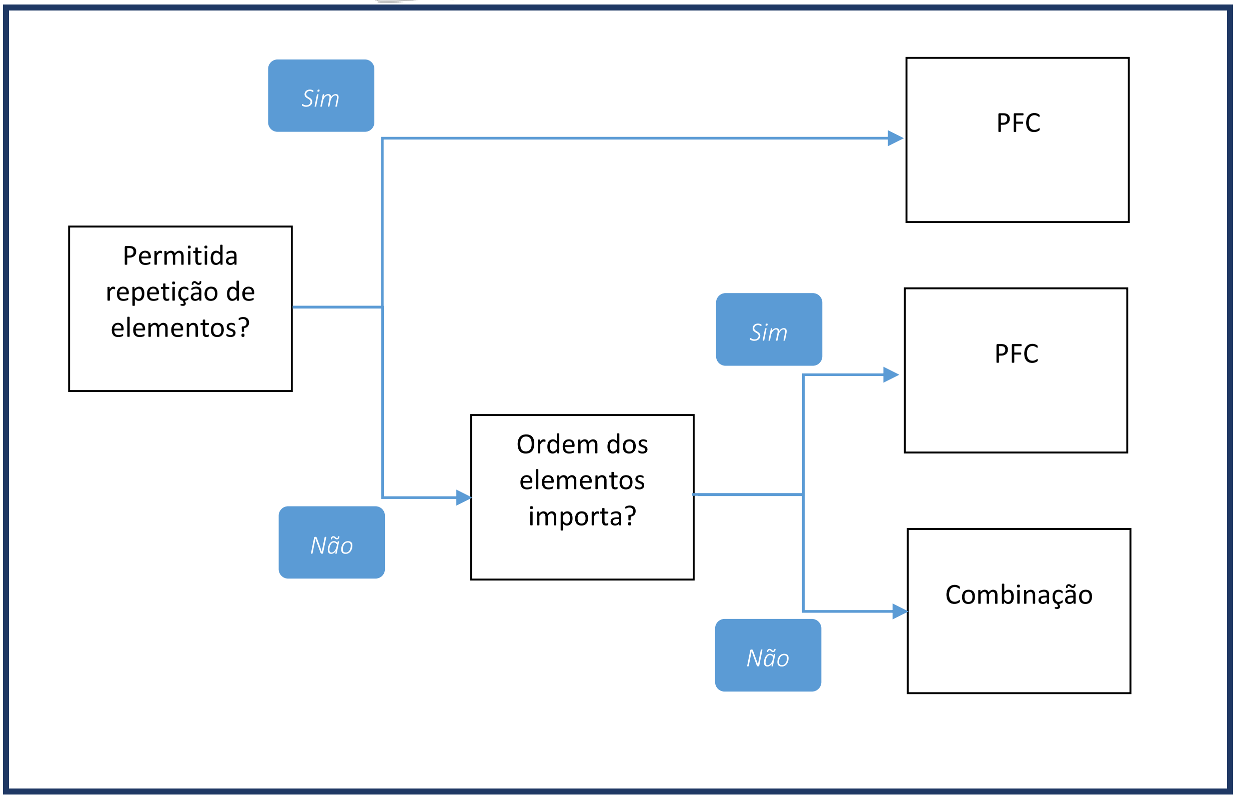
$$P(A) = \sum_{k=1}^{n} P(A|A_k) \cdot P(A_k)$$

Resumindo

Qual Teorema usar?	Bayes	Probabilidade Total
O que pede a questão?	$P(A_1\|A)$	$P(A)$

Análise Combinatória

Resumindo



DESPENCA na prova

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

$$P_n = n!$$

$$P_{CIRCULAR\ n} = (n-1)!$$

Estatística Descritiva

A média aritmética para um rol é dada por:

$$Xm = \frac{\sum Xi}{N}$$

A mediana para um rol/tabela é dada por:

$$Me = \text{ elemento central do rol se } N \text{ for ímpar}$$

ou

$$Me = \text{ média dos elementos centrais do rol se } N \text{ for par}$$

DESPENCA na prova

A mediana para uma distribuição de frequência é dada por:

$$Me = \text{ elemento central}$$

Onde:
N é o total de observações

Aqui, temos que achar a classe mediana e fazer a interpolação linear da ogiva.

DESPENCA na prova

A moda para uma distribuição de frequência é dada por:

Método de Czuber:

$$Mo = l_{inf} + \left[\frac{\Delta a}{\Delta a + \Delta p}\right] \cdot h$$

Onde:
l_{inf} é o limite inferior da classe modal
Δa é a diferença entre as frequências absolutas da classe modal e da classe imediatamente anterior
Δp é a diferença entre as frequências absolutas da classe modal e da classe imediatamente posterior
h é a amplitude da classe.

Método de King:

$$Mo = l_{inf} + \left[\frac{f_{post}}{f_{post} + f_{ant}}\right] \cdot h$$

Onde:
l_{inf} é o limite inferior da classe modal
f_{post} é a frequência absoluta da classe posterior à classe modal
f_{ant} é a frequência absoluta da classe anterior à classe modal
h é a amplitude da classe.

CAIU na prova!

O desvio absoluto médio para um rol é dado por:

$$Dm = \frac{1}{n} \cdot \sum |Xi - Xm|$$

O desvio absoluto médio para uma tabela é dado por:

$$Dm = \frac{1}{n} \cdot \sum |Xi - Xm| \cdot fi$$

O desvio absoluto médio para uma distribuição de frequência é dado por:

$$Dm = \frac{1}{n} \cdot \sum |Pmi - Xm| \cdot fi$$

CAIU na prova!

O desvio padrão <u>populacional</u> para um rol é dado por:

$$S = \sqrt{\left(\frac{1}{n}\right) \cdot \sum (Xi - Xm)^2}$$

$$S = \sqrt{\left(\frac{1}{n}\right) \cdot \left(\sum Xi^2 - \frac{\left(\sum Xi\right)^2}{n}\right)}$$

O desvio padrão <u>populacional</u> para uma tabela é dado por:

$$S = \sqrt{\left(\frac{1}{n}\right) \cdot \sum (Xi - Xm)^2 \cdot fi}$$

O desvio padrão <u>populacional</u> para uma distribuição de frequência é dado por:

$$S = \sqrt{\left(\frac{1}{n}\right) \cdot \sum (Pmi - Xm)^2 \cdot fi}$$

CAIU na prova!

Quando a questão disser que se trata de desvio padrão amostral, o denominador deverá ser (n – 1). Assim, as duas fórmulas de Desvio Padrão amostral são:

$$S = \sqrt{\left(\frac{1}{n-1}\right) \cdot \sum (Xi - Xm)^2}$$

OU

$$S = \sqrt{\left(\frac{1}{n-1}\right) \cdot \left(\sum Xi^2 - \frac{\left(\sum Xi\right)^2}{n}\right)}$$

Por uma questão de economia, apresentamos aqui tão somente as fórmulas de rol. Para achar as fórmulas de tabela e distribuição de frequência, basta multiplicar por fi e substituir Xi por Pmi, nesta ordem.

Fórmula da Variância Populacional:

CAIU na prova!

A fórmula da variância populacional (S^2) para uma população de n elementos é:

$$S^2 = \left(\frac{1}{n}\right) \cdot \sum (Xi - Xm)^2$$

CAIU na prova!

Fórmula Simplificada da Variância:

$$S^2 = \left(\frac{1}{n}\right) \cdot \left(\sum Xi^2 - \frac{\left(\sum Xi\right)^2}{n}\right)$$

ou

$$S^2 = {X^2}_m - {X_m}^2$$

CAIU na prova!

Quando a questão disser que se trata de variância amostral, o denominador deverá ser (n − 1). Assim, as duas fórmulas de Variância amostral são:

$$S^2 = \left(\frac{1}{n-1}\right) \cdot \sum (Xi - Xm)^2$$

OU

$$S^2 = \left(\frac{1}{n-1}\right) \cdot \left(\sum Xi^2 - \frac{\left(\sum Xi\right)^2}{n}\right)$$

CAIU na prova!

O coeficiente de variação amostral, ou coeficiente de variação de Pearson, ou dispersão relativa é a razão entre o desvio padrão e a média. Quanto menor o coeficiente, menos disperso será o conjunto.

$$CV = \frac{S}{Xm}$$

CAIU na prova!

O coeficiente quartílico de assimetria é dado por:

$$A = \frac{Q_3 + Q_1 - 2Md}{Q_3 - Q_1}$$

Onde:
Q_3 é o terceiro quartil
Q_1 é o primeiro quartil
Md é a mediana

CAIU na prova!

O Primeiro coeficiente de assimetria de Pearson é dado por:

$$A = \frac{Xm - Mo}{S}$$

Onde:
Xm é a média
Mo é a moda
S é o desvio padrão

CAIU na prova!

O Segundo coeficiente de assimetria de Pearson é dado por:

$$A = \frac{3 \cdot (Xm - Md)}{S}$$

Onde:
Xm é a média
Mo é a moda
S é o desvio padrão

CAIU na prova!

O Índice Percentílico de Curtose é dado por:

$$k = \frac{Q_3 - Q_1}{2(D_9 - D_1)}$$

Onde:
Q1: primeiro quartil
Q3: terceiro quartil
D1: primeiro decil
D9: nono decil

	Distribuição
k<0,263	Leptocúrtica
k=0,263	Mesocúrtica
k>0,263	Platicúrtica

CAIU na prova!

O Índice Momento de Curtose é dado por:

$$C = \frac{m_4}{S^4}$$

Onde:
m_4 é o momento de 4ª ordem centrado na média:

$$m_4 = \frac{1}{N} \cdot \sum (X_i - X_m)^4$$

S é o desvio padrão

	Distribuição
C>3	Leptocúrtica
C=3	Mesocúrtica
C<3	Platicúrtica

Matemática Financeira

JUROS SIMPLES:

$$M = C + J$$
$$M = C(1 + i \cdot t)$$
$$J = C \cdot i \cdot t$$

JUROS COMPOSTOS:

$$M = C + J$$
$$M = C(1 + i)^t$$
$$J = C[(1 + i)^t - 1]$$

DESCONTO RACIONAL, MATEMÁTICO OU POR DENTRO COMPOSTO (d):

$$A_d = \frac{N}{(1 + i)^t}$$
$$A_d = N - d$$

DESCONTO COMERCIAL, BANCÁRIO OU POR FORA COMPOSTO (D):

$$A_D = N(1 - i)^t$$
$$A_D = N - D$$

DESCONTO RACIONAL, MATEMÁTICO OU POR DENTRO SIMPLES (d):

$$d = \frac{N \cdot i \cdot t}{1 + i \cdot t}$$
$$A_d = N - d$$
$$A_d = \frac{N}{1 + i \cdot t}$$

DESCONTO COMERCIAL, BANCÁRIO OU POR FORA SIMPLES (D):

$$D = N \cdot i \cdot t$$
$$A_D = N - D$$
$$A_D = N(1 - i \cdot t)$$

CONVENÇÃO LINEAR

$$M = C(1 + i)^p(1 + i \cdot q)$$

CONVENÇÃO EXPONENCIAL

$$M = C(1 + i)^t$$

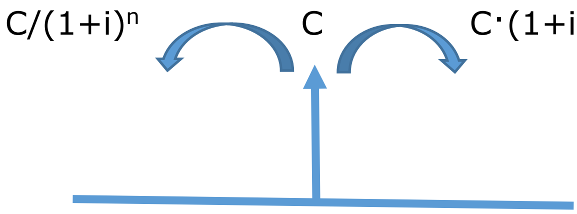
TAXA EFETIVA:

$$(1 + I_T)^T = (1 + i_t)^t$$

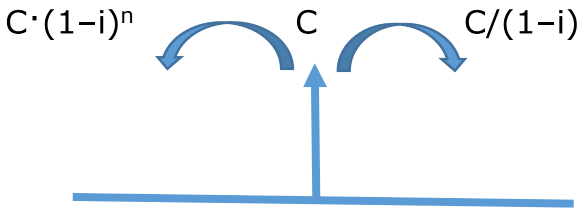
Equivalência de Capitais

Esclarecendo

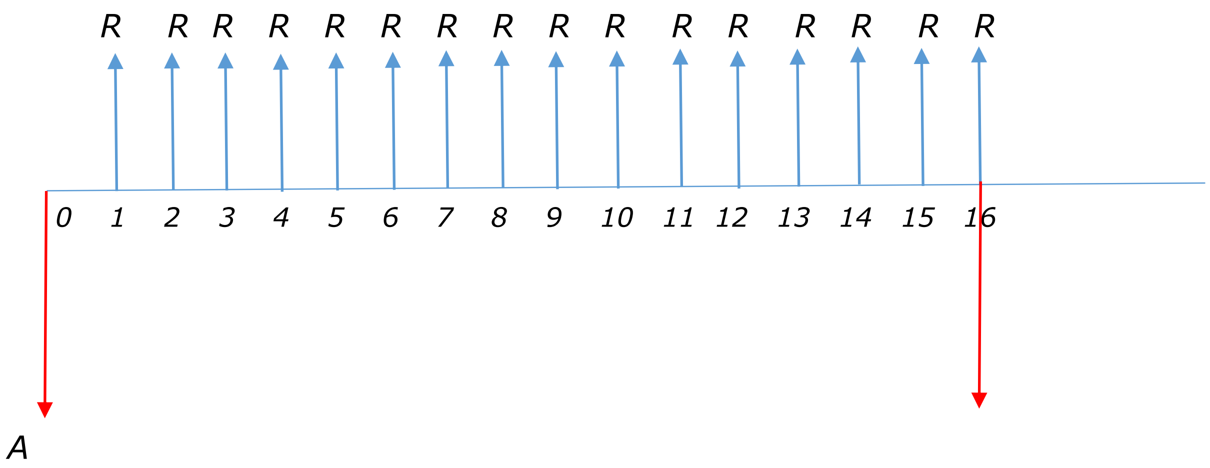
No ***regime composto*** e operando com ***desconto racional, matemático ou por dentro***, quando eu falo em projetar as parcelas para a data focal, para frente ou para trás, eu multiplico ou divido pelo fator $(1+i)^n$, respectivamente. Assim:



Por outro lado, ainda no ***regime composto,*** mas operando com ***desconto comercial, bancário ou por fora***, quando eu falo em projetar as parcelas para a data focal, para frente ou para trás, eu divido ou multiplico pelo fator $(1 - i)^n$, respectivamente. Assim:



Anuidades



$$A = R \cdot a_{n,i}$$
$$F = R \cdot S_{n,i}$$

Sistemas de Amortização

$$P_k = A_k + J_k$$

Onde:

A_k é a parte da parcela que amortiza (diminui) a dívida original
J_k é a parte da parcela relativa a juros.

Sistema de Amortização Francês (Price)
As parcelas são iguais
Utilizaremos a tabela do fator de valor atual.

$$A_k = A_1 \cdot (1 + i)^{k-1}$$

Onde:

A_k é a amortização no período k
i é a taxa de juros.

Sistema de Amortização Constante (SAC)

Neste sistema de amortização, o que é constante é o valor amortizado a cada período, ou seja, A_k. O valor da amortização Ak é dado pelo quociente entre o valor atual da dívida e o número de parcelas.